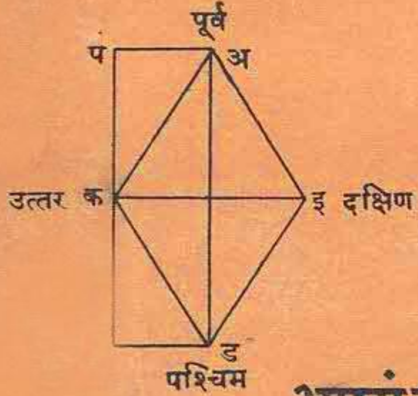
कात्यायन शुल्ब सूत्रे



भाषांतरकार:

श्री. दा. खाडीलकर

साहित्य आणि संस्कृति मंडळ
महाराष्ट्र राज्य

अनुक्रमणिका

कात्यायन शुल्ब सूत्रे

[मराठी भाषांतर]

भाषांतरकार

श्री. दा. खाडीलकर

शके १८९६]　　मूल्य रु. ८-५०　　[सन १९७४

अनुक्रमणिका

प्रकाशक :
सचिव,
महाराष्ट्र राज्य साहित्य संस्कृति मंडळ
मुंबई ३२

प्रथम आवृत्ती
१९ सप्टेंबर १९७४
गणेश चतुर्थी, १८९६

किंमत रु. ८ - ५०

मुद्रक :
का. गं. सोनार, एल्पी. एम्. प्रिंटिंग
लोकसंग्रह मुद्रणालय
१७८६ सदाशिव पेठ, पुणे ३०.

अनुक्रमणिका

अनुक्रमणिका

निवेदन

आधुनिक शास्त्रे, ज्ञानविज्ञाने, तंत्र आणि अभियांत्रिकी इत्यादी क्षेत्रांत त्याचप्रमाणे भारतीय प्राचीन संस्कृती, इतिहास, कला इत्यादी विषयांत मराठी भाषेला विद्यापीठाच्या स्तरावर ज्ञानदान करण्याचे सामर्थ्य यावे हा उद्देश लक्षात घेऊन साहित्य-संस्कृती मंडळाने वाङ्मय निर्मितीचा विविध कार्यक्रम हाती घेतला आहे. मराठी विश्वकोश, मराठी भाषेचा महाकोश, विज्ञानमाला, भाषांतरमाला, आंतरभारती-विश्वभारती, महाराष्ट्रेतिहास इत्यादी योजना या कार्यक्रमात अंतर्भूत केल्या आहेत.

२. मराठी भाषेला विद्यापीठीय भाषेचे प्रगत स्वरूप व दर्जा देण्याकरिता मराठी विज्ञान, तत्त्वज्ञान, सामाजिक शास्त्रे आणि तंत्रविज्ञान या विषयांवरील संशोधनात्मक व अद्यावत् माहितीने युक्त अशा ग्रंथांची रचना मोठ्या प्रमाणावर होण्याची आवश्यकता आहे. शिक्षणाच्या प्रसाराने मराठी भाषेचा विकास होईल, ही गोष्ट तर निर्विवादच आहे. पण मराठी भाषेचा विकास होण्यास आणखीही एक साधन आहे आणि ते साधन म्हणजे मराठी भाषेत निर्माण होणारे उत्कृष्ट वाङ्मय हे होय. जीवनाच्या भाषेतच ज्ञान व संस्कृती यांचे अधिष्ठान तयार व्हावे लागते. जोपर्यंत माणसे परकीय भाषेच्याच आश्रयाने शिक्षण घेतात, कामे करतात व विचार व्यक्त करतात, तोपर्यंत शिक्षण सकस बनत नाही, संशोधनाला परावलंबित्व राहाते व विचाराला अस्सलपणा येत नाही, एवढेच नव्हे तर वेगाने वाढणाऱ्या ज्ञानविज्ञानापासून सर्वसामान्य माणसे वंचित राहतात.

३. संस्कृत व अन्य भारतीय भाषांतील आणि त्याचप्रमाणे इंग्रजी, फ्रेंच जर्मन, इटालियन, रशियन, ग्रीक, लॅटीन इत्यादी पश्चिमी भाषांतील अभिजात ग्रंथांचे व उच्च साहित्यामधील विशेष निवडक पुस्तकांचे भाषांतर किंवा सारांश-अनुवाद अथवा विशिष्ट विस्तृत ग्रंथांचा आवश्यक तेवढा परिचय करून देणे हा भाषांतरमालेचा उद्देश आहे.

४. भाषांतर योजनेतील पहिला कार्यक्रम मंडळाने आखून, ज्यांना अग्रक्रम दिला पाहिजे अशी पाश्चात्य व भारतीय भाषांतील सुमारे ३०० पुस्तके निवडली आहेत. होमर, व्हर्जिल, एस्किलस, ॲरिस्टोफेनीस्, युरिपिडिस, प्लेटो, ॲरिस्टॉटल, थॉमस् ॲक्वाइनस्, न्यूटन, डार्विन, रूसो, कॉंट, हेगल, जॉन स्टुअर्ट मिल, गटे, शेक्सपीअर,टॉलस्टॉय्, दोस्तएवस्की, कॅसिरेर, गॉर्डन् व्ही. चाइल्ड इत्यादिकांचा या भाषांतरमालेत समावेश केला आहे. संस्कृतमधील वेद, उपनिषदे, महाभारत, रामायण, भरताचे नाट्यशास्त्र, संगीत रत्नाकार, ध्वन्यालोक, प्राकृतातील गाथासप्तशती, त्रिपीटकातील निवडक भाग इत्यादिकांचाही भाषांतरमालेत समावेश केला आहे.

५. मंडळाच्या भाषांतरयोजनेखाली मंडळाने आतापर्यंत अनेक अभिजात ग्रंथांची भाषांतरे प्रकाशित केली आहेत. जॉन स्टुअर्ट मिलचे 'On Liberty', रूसोचे 'Social Contract', एम्. एन्. रॉयची 'Reason, Romanticism & Revolution' व 'Letters from Jail', स्तानिस्लावस्कीचे 'An Actor Prepares', तुर्गेनेवचे 'Fatners & Sons', 'रायशेनबाखचे 'Rise of Scientific Philosophy', गन्नर मिर्‌दालचे 'Economic Theory and Underdeveloped Regions', कै. पां. वा. काणे यांचे 'History of Dharmashastra', कोप्लँडचे 'Music & Imagination', बर्ट्रान्ड रसेलचे 'Religion & Science', 'तेरझागीचे' 'Theoretical Soil Mechanics', विशाखादत्तचे 'मुद्राराक्षसम्', भरतमुनींचे 'भरतनाट्यशास्त्र'

अनुक्रमणिका

(अध्याय ६ व ७ आणि अध्याय १८ व १९), निकोलाय मनुचीचे ‘Storia Do Mogor’, ए. सी. पिगू लिखित ‘Socialism Vs.Capitalism’ इत्यादी पुस्तकांची भाषांतरे व सारानुवाद प्रकाशित झाले आहेत.

६. कात्यायन शुल्बसूत्रांचे प्रस्तुत मराठी भाषांतर श्री. श्री. दा. खाडिलकर यांनी मंडळास करून दिले. प्रस्तावनेत त्यांनी शुल्बसूत्रांची आजच्या भौतिकी विज्ञानाच्या संदर्भात उपयुक्तता विशद केली आहे. नंतर शुल्बसूत्रे व त्यांच्याबद्दलची माहिती दिली असून कात्यायन शुल्बसूत्रात भूमितीचे कोणते नियम आले आहेत ते प्रत्येक अध्यायाप्रमाणे सांगितले आहेत. त्यानंतर शुल्बसूत्राच्या मूळ संस्कृत संहितेचे भूमितीची प्रमेये वा आकृत्या दाखवून व टीपा देऊन मराठी भाषांतर केले आहे. शेवटी परिशिष्टांत शुल्बसूत्रांचा काल, प्रमाणाचे कोष्टक इत्यादी शुल्बसूत्राविषयी इतर माहिती आणि शुल्बसूत्रांत येणाऱ्या काही सिद्धान्ताचे विवेचन केले आहे. प्रस्तुत भाषांतर मंडळाच्या भाषांतर मालेखाली प्रकाशित करण्यास मंडळास आनंद होत आहे.

लक्ष्मणशास्त्री जोशी

अध्यक्ष

महाराष्ट्र राज्य साहित्य-संस्कृति मंडळ

सचिवालय, मुंबई ४०००३२

वाई:

४ आश्विन, १८९६,

२६ सप्टेंबर, १९७४.

अनुक्रमणिका

(१) प्रस्तावना

१९५९ साली वैदिक संशोधन मंडळात मी डॉ. काशीकर यांस भेटलो असता, त्यांनी शुल्बसूत्रांचा अभ्यास करण्याची सूचना मला केली. अशी सूचना करण्याचे कारण त्यांनी जे सांगितले ते असे – “शुल्बसूत्रे” जरी बऱ्याच संस्कृत शास्त्रज्ञांच्या परिचयाची असली, तरी त्यांतील भूमितीचे अज्ञान व बरेच दिवसापासून यज्ञसंस्था जवळजवळ बंद असल्यामुळे, तिच्यात होणाऱ्या यज्ञविषयक माहितीचे अज्ञान या दोन गोष्टीमुळे, शास्त्री लोक या विषयाकडे पहावयास तयार नाहीत.

आतापर्यंत तीन शुल्बसूत्रांची भाषांतरे झाली व ती सर्व पाश्चात्यांनीच केल्याचे दिसून येते. मी या वेळी “वीट (Brick)” या विषयाचा अभ्यास करीत होतो. प्रथम मी आपस्तंब शुल्बसूत्राचे पुस्तक आणले. परंतु त्याच्या वाचनाने काहीच बोध होईना म्हणून कात्यायन शुल्बसूत्राची पुस्तके वाराणशीहून मागवून घेतली व त्यांचा अभ्यास सुरू केला.

जसजशी मी या विषयावरील पुस्तके वाचीत गेलो तसतसा, प्रत्येक लेखकाने यात आलेल्या प्रमेयाशी तुलना करताना पायथॅगोरसच्या प्रमेयाचा संबंध जोडलेला पाहून मी या विषयाकडे जास्त आकर्षित झालो. मी या विषयावरील जी पुस्तके वाचली, त्याबद्दल कोणीही मला मार्गदर्शन केलेले नाही. प्रथम कात्यायन शुल्बसूत्राचे भाषांतर करताना डॉ. बोंद्रे (बडोदे) यांची मदत घेतली. परंतु या पुस्तकावरील टीकाकार श्री. विद्याधर शर्मा हे अर्वाचीन असल्यामुळे डॉ. काशीकर यांनी कर्काचार्यांची टीका असलेल्या पुस्तकाचे भाषांतर करावयास सांगितले व मी ते प्रो. पटवर्धन यांचेबरोबर केले व ते आज आपल्याला सादर करीत आहे.

डॉ. काशीकर यांनी हे भाषांतर वाचून बऱ्याच सूचना केल्या त्याबद्दल मी त्यांचा फार आभारी आहे. श्री. दीक्षित, निवृत्त हेडमास्तर, बडोदा हायस्कूल, यांचेबरोबर मी आपस्तंब शुल्बसूत्र वाचले, परंतु अर्थ करताना तो जर भूमितीला धरून नसेल तर फार पंचाईत पडते. त्यामुळे समाधानकारक अर्थ लागेपर्यंत मनाचे समाधान होत नाही. अशा वेळी आपले कुठे चुकत नाहीना असे वाटून हा उद्योग सोडून द्यावा या विचाराने मी श्री. हरिभाऊ देसाई व श्री. पदेशास्त्री यांचेकडे जात असे. त्यांच्या प्रोत्साहनामुळेच मी आता सर्व शुल्बसूत्रांची भाषांतरे करण्याचे ठरविले आहे. वरील सर्व लोकांचा मी फार फार आभारी आहे.

हे पुस्तक लिहिताना, मी आतापर्यंत वाचलेल्या पुस्तकांतील विचारांचा लेखकांचा निर्देश करून उपयोग केला आहे व जेथे शक्य झाले तेथे माझे विचार पण स्पष्टपणे मांडले आहेत.

अंकगणित व बीजगणित यांचा पाया भारतात घातला गेला हे सर्वांना माहीत आहे. तसेच भूमितीचा पाया पण भारतात घातला गेला ही गोष्ट शुल्बसूत्रांच्या वाचनाने मनाला तंतोतंत पटते. पण हे सर्व वैदिक वाङ्मय उजेडात आणण्याचा मान पाश्चात्यांनाच द्यावा लागतो.

आपल्याकडे पुष्कळ गणिती आहेत. ते शाळा व कॉलेजे यांना लागणारी गणिताची पुस्तके लिहितात. गणित हे फार प्रगत शास्त्र ताहे. त्यात रोज रोज नवीन कल्पनांची भर पडत आहे. असे जरी असले तरी या शास्त्रांचा जो मूळ पाया आहे त्याची जाणीव प्रत्येकाने बाळगणे अवश्य आहे. या दृष्टीने

अनुक्रमणिका

भारतीय गणितकारांना माझी एकच विनंती आहे की त्यांनी आपल्या पुस्तकाच्या प्रस्तावनेत याबद्दल दोन शब्द लिहून आपल्या पूर्वजांचे ऋण फेडण्याचा प्रयत्न करावा.

माझ्या लिहिण्यात, माझ्या या विषयाच्या अज्ञानामुळे खूप चुका झाल्या असण्याचा संभव आहे. तरी त्या माझ्या जरूर नजरेस आणून द्याव्या. म्हणजे पुढील लिखाणात मला त्या टाळता येतील. मी या विषयावर एक पुस्तक इंग्रजी भाषेत पण लिहिले आहे ते लवकरच प्रसिद्ध होईल.

माझे हे मराठी पुस्तक साहित्य संस्कृति मंडळाने छापावयाचे ठरविले या बद्दल त्यांचाही मी आभारी आहे.

श्री. दा. खाडीलकर

अनुक्रमणिका

(२) शुल्बसूत्रे व त्यांच्याबद्दलची सामान्य माहिती

(अ) शुल्बसूत्रे हा वैदिक सूत्र वाङ्मयाचा एक भाग आहे. या सूत्रांचा उपयोग यज्ञामध्ये लागणाऱ्या, निरनिराळ्या आकारांचे मांडव, वेदी व चिती हे तयार करताना होतो. त्यांच्या आकारासंबंधाने माहिती संहिता, ब्राह्मण; श्रौत व कल्प इत्यादी सूत्र ग्रंथांतून दिलेली आहे. या माहितीचा उपयोग नित्य व काम्य यज्ञ करताना होतो. मांडव, वेदी व चिती तयार करताना भूमितीचा उपयोग करावा लागतो, व हे भूमितीचे नियम शुल्बसूत्रांत एकत्रित केलेले आढळतात.

बौधायन, आपस्तंब व कात्यायन यांनी स्वतंत्रपणे, त्या त्या विषयाला लागणारे सर्व भूमितीचे नियम एके ठिकाणी शुल्बसूत्राच्या पहिल्या प्रकरणात दिले आहेत. बौधायन व आपस्तंब यांनीच फक्त या नियमांचा उपयोग करून निरनिराळ्या चितींचे आकार स्पष्ट करण्याचा प्रयत्न केला आहे. कात्यायनांनी मात्र आपल्या शल्बसूत्रांत भूमितीचे नियमच फक्त सांगितले आहेत.

चितींचे वर्णन करताना, बौधायन अगर आपस्तंब यांनी फारच थोड्या ठिकाणी अमक्या नियमांनी चितीचा आकार तयार करण्यात आला असे सांगितल्याचे आढळते. अभ्यासकाला मात्र पहिल्या प्रकरणात दिलेल्या नियमांशिवाय या चिती तयार करणे अशक्य असल्याचे दिसते.

वरील गोष्टींचा आकार जमिनीवर तयार करताना, मापण्यासाठी दोरीचा उपयोग करीत असत. कधी कधी दोरी ऐवजी बांबूची काठी पण वापरीत. शुल्ब म्हणजे दोरी व सूत्र म्हणजे मोजक्या शब्दांत सांगितलेले नियम. वर सांगितलेल्या शब्दांच्या अर्थावरूनच या सूत्रांना शुल्बसूत्रे असे म्हणतात.

अध्वर्यू व त्याचे मदतनीस हे यज्ञाचे वेळी, यज्ञाचे जागी दिलेल्या प्रमाणांप्रमाणे व भूमितीच्या नियमानुसार वेदी, मांडव व चिती तयार करीत. अध्वर्यू हा नेहमी यजुर्वेदी व शुल्बशास्त्रात पारंगत असावा लागतो. यजुर्वेदाच्या शुक्ल व कृष्ण अशा दोन मुख्य शाखा आहेत. या दोन शाखांच्या उपशाखा बऱ्याच असून, त्या प्रत्येक शाखेचे श्रौतसूत्र आहे, प्रत्येक शाखेच्या श्रौतसूत्रांबरोबर त्या त्या शाखेचे शुल्बसूत्र असावयास पाहिजे. पण तशी वस्तुस्थिती आज दिसत नाही. शुल्बसूत्र हे कल्पसूत्र किंवा श्रौतसूत्र यांचा एक भाग म्हणून किंवा स्वतंत्रपणे आढळते.

अशी एकंदर आठ शुल्बसूत्रे उपलब्ध आहेत. त्यांची नावे अशी :— (१) बौधायन, (२) आपस्तंब, (३) मानव, (४) मैत्रायणीय, (५) वराह, (६) सत्याषाढ व (७) वादुल. ही सर्व सूत्रे कृष्ण यजुर्वेदाच्या उपशाखांची आहेत.

याशिवाय (८) कात्यायन शुल्बसूत्र उपलब्ध असून ते शुक्लयजुर्वेद शाखेचे आहे. वरील ८ शुल्बसूत्रांत (१) बौधायन, (२) आपस्तंब, (३) मानव व (४) कात्यायन ही अगदी स्वतंत्र आहेत.

आपस्तंब, वराह व सत्याषाढ ही शुल्बसूत्रे शब्दशः सारखी आहेत. त्यांपैकी सत्याषाढ शुल्बसूत्र हे सत्याषाढ श्रौतसूत्राचा एक भाग म्हणून आनन्दाश्रम, पुणे या संस्थेने छापले आहे. या शुल्बसूत्रांचा टीकाकार मात्र वेगळा आहे. वराह शुल्बसूत्राचे हस्तलिखित बडोद्यास आहे. या शुल्बसूत्रांचा विचार आपस्तंब शुल्बसूत्राचे भाषांतर करताना करण्यात येईल.

अनुक्रमणिका

मानव व मैत्रायणीय ही दोन्ही सूत्रे सारखी असावयास हवीत. त्यापैकी मानवशुल्ब सूत्र प्रसिद्ध झाले असून, मैत्रायणीय शुल्ब सूत्र म्हणून एक हस्तलिखित, एशिआटिक सोसायटी, मुंबईचे वाचनालयात, तसेच दुसरे हस्तलिखित वैदिक संशोधन मंडळात आहे. या दोन्ही पोथ्यांचे शेवटी त्यांना शुल्बभाष्य असे लेखकाने म्हटले आहे. या पोथ्या इतक्या अशुद्ध संस्कृतमध्ये आहेत की त्या चांगल्या शुद्ध केल्याशिवाय त्यात काही विशेष आहे का हे ठरविणे कठीण आहे.

वादुल श्रौतसूत्राचे हस्तलिखित मद्रास येथील लायब्ररीत आहे. परंतु वेळेच्या अभावी त्यात लेखकाला शुल्बसूत्र आहे का हे पाहता आले नाही.

(अ) बौधायन शल्बसूत्राचे एकंदर तीन भाग आहेत : —

(१) पहिल्या भागात ११३ सूत्रे आहेत. या पहिल्या भागातील सूत्रांत भूमितीतील बरेच महत्त्वाचे सिद्धांत दिले आहेत. त्यांचा उपयोग वेदी, चिती, मंडप इत्यादी तयार करताना होतो.

(२) दुसऱ्या भागात मुख्य तीन अग्नींच्या आयतनांचे आकार, त्यांची मापे तसेच त्यांचे एकमेकांपासूनचे अंतर सांगून, नंतर धिष्ण्या, त्यांचे आकार व प्रकार यांचे वर्णन आले आहे.

(३) तिसऱ्या भागात श्येन, रथचक्र, द्रोण इत्यादी चितींचे आकार, त्यांची मापे (लांबी,रुंदी), त्या चितीसाठी लागणाऱ्या विटांचे आकार व प्रकार तसेच त्यांची मापे सांगून, त्या कशा व कोठे ठेवाव्या हे समजावून सांगितले आहे.

श्री. द्वारकानाथ यज्व व श्री. वेंकटेश्वर दीक्षित यांनी बौधायन शुल्बसूत्रावर टीका लिहिली आहे.

डॉ. थिबो यांनी ही सूत्रे त्यावरील श्री. द्वारकानाथ यज्व यांच्या टीकेसह, सोबत इंग्रजी भाषांतर जोडून, बनारस येथून प्रसिद्ध होणाऱ्या त्या वेळच्या 'पंडित' नावाच्या मासिकात क्रमशः १८७४ ते ७६ मध्ये प्रसिद्ध केली. ही सूत्रे अशा तऱ्हेने प्रसिद्ध करून ती सर्वांच्या नजरेस आणल्याबद्दल डॉ. थिबो यांचे अभिनंदन करावे तितके थोडेच आहे. या त्यांच्या कृतीमुळे भारतीय भूमितीची वेदकाली झालेली प्रगती जगाच्या नजरेस पडली. त्यापूर्वी भारतीय विद्वानांना या विषयाची माहिती नव्हती असे नाही परंतु येथील विद्वानांना पाश्चात्य दृष्टी आलेली नव्हती व अद्यापही ती आलेली नाही याबद्दल फार वाईट वाटते.

या शुल्बसूत्रांतील पहिल्या भागात भूमितीचा पुढील भाग आला आहे. पहिल्या २० सूत्रांत शुल्बसूत्रांत येणाऱ्या मापांच्या व्याख्या दिल्या आहेत. त्या नंतरच्या २० सूत्रांत समचौरस कसा करावा याच्या ४ रीती सांगितल्या आहेत. या नंतर ४५ व्या सूत्रात समचौरसातील कर्णाची व्याख्या देऊन ४८ व्या सूत्रात पायथॅगोरसचा सिद्धांत व ३२ व्या सूत्रात √२ ची किंमत सांगितली आहे.

(आ) आपस्तंब शुल्ब सूत्राचे ६ भाग केले आहेत व या ६ भागांचे परत २१ उपविभाग केले आहेत.

अनुक्रमणिका

(१) पहिल्या तीन उपविभागांत भूमितीचा समावेश असून, बौधायनांप्रमाणेच उरलेल्या सर्व भागांचा उपयोग, मुख्य तीन अग्नी, धिष्ण्या, चिती व मंडप यांची मापे त्यांना लागणाऱ्या विटा यांचे वर्णनात खर्च झाली आहेत.

(२) या शुल्बसूत्रांवर तिघांनी टीका लिहिली आहे. त्यांचीनावे अशीः—

(१) श्री. कपर्दिस्वामी, (२) श्री. करविन्द स्वामी आणि (३) श्री. सुन्दरराज.

या टीकाकारांनी टीका तर उत्तम केली आहेच पण त्याचबरोबर काही नियमांत त्यांनी सुधारणा पण सुचविल्या आहेत. त्यांचा विचार स्वतंत्रपणे करावयास हवा.

(३) हे शुल्बसूत्र, त्यातील मूळ सूत्रे व त्यावरील तिघांच्या टीकेसह, म्हैसूर विद्यापीठाने १९३१ साली त्यांच्या संस्कृत ग्रंथमालेचे ७३ वे पुष्प म्हणून प्रसिद्ध केले आहे.

(४) या शुल्बसूत्राचे भाषांतर श्री. एडमंड वर्क या गृहस्थानी जर्मन भाषेत, जर्मनीत १९०१ साली प्रसिद्ध केले.

बौधायनाची मूळ सूत्रे, त्यावरील टीका व त्याचे डॉ. थिबो यांनी केलेले इंग्रजी भाषांतर, तसेच आपस्तंब शुल्बसूत्र व त्याचे इंग्रजी भाषांतर, अशी दोनपुस्तके १९६८ साली श्री. सत्यप्रकाश व श्री. रामस्वरूप यांनी प्रसिद्ध केली. ही भाषांतरे बाजारात विकत मिळत नाहीत. इतक्यातच ती दुर्मिळ झाली.

(५) याच शुल्बसूत्राची शब्दशः प्रतिकृती असलेले, सत्याषाढ शुल्बसूत्र, त्याच्या वरील श्री. महादेव दीक्षित सोमयाजी यांच्या टीकेसह, आनन्दाश्रमसंस्कृतग्रन्थावलिः ग्रन्थाङ्क ५३,श्रौतसूत्राचा एक भाग म्हणून १९३० साली प्रसिद्ध झाले.

(६) आपस्तंब सूत्रांतील सू. ८ यात आयतातील कर्णाची व्याख्या (पायथॅगोरसचा सिद्धांत) दिली आहे. सू. १० मध्ये चौरसाच्या कर्णाची व्याख्या सांगून लगेच वर्गमूळ २ (√२) ची किंमत सांगितली आहे.

(इ) मानव शुल्बसूत्रः—

(१) ही सूत्रे गद्यपद्य मिश्रित आहेत. ती कै. डॉ. रघुवीर यांनी आपल्या शतपीटिकेतील १७ व्या भागात प्रसिद्ध केली आहेत आणि त्यांचे भाषांतर इग्रजीतून डॉ. जे. एम्. व्हॅन् गेल्डर या डच विदुषीने केले. हे भाषांतर १९६४ साली शतपीटिकेच्या २७ व्या भागात प्रसिद्ध झाले आहे.

(२) याचे तीन भाग पडतात. पहिल्यात पूर्व पश्चिम रेषेसंबंधाने माहिती सांगितली असून दुसऱ्या भागाला उत्तरेष्टका व तिसऱ्या भागाला वैष्णव असे म्हटले आहे. या सूत्रात फक्त चौरस व वर्तुळ यांचाच विचार केलेला असून काही मोजक्या चितींचे वर्णन पण आले आहे.

अनुक्रमणिका

(ई) मैत्रायणीय आणि वराह यांची हस्तलिखिते उपलब्ध असून त्याबद्दलची माहिती आधी सांगितली आहे. वादुल शुल्बसूत्राबद्दल जास्त चवकशी करावयास हवी.

(उ) कात्यायन शुल्बसूत्र.

हे सूत्रसुद्धा गद्यपद्यात्मक आहे. पहिले ६ भाग गद्यमय व ७ वा भाग पद्यमय आहे. यात एकंदर १०१ सूत्रे असून शेवटच्या भागात ३९ श्लोक आहेत. हे सर्व भाग भूमितीचे सिद्धांत, रचना, पूर्व पश्चिम दिशा कशी साधावी, मांडव, उत्तरावेदी यांचे वर्णन करून, एकादशिनी वेदीबद्दल माहिती सांगून शुल्ब सूत्र समाप्त होते. यात वेदी, चिती वगैरेंचे वर्णन अगदी त्रोटक आहे.

(१) या शुल्बसूत्रातील सर्व सूत्रे त्यांच्यावरील कर्क व महीधर यांच्या टीकेसह १९३६ साली हरिदास संस्कृत ग्रंथमाला (चौखंबा सीरीज, बनारस) यांनी प्रसिद्ध केली.

(२) तेच शुल्बसूत्र त्यावरील श्री. राम व श्री. विद्याधर यांच्या टीकेसह अच्युत ग्रंथमालेने बनारस येथून १९२८ साली प्रसिद्ध केले.

(३) डॉ. थिबो यांनी या सूत्राच्या पहिल्या दोन अध्यायातील सूत्रांचे इंग्रजी भाषांतर फक्त १८८२ साली बनारस येथून निघणाऱ्या ‘पंडित’ मासिकातून प्रसिद्ध केले.

(४) दुसऱ्या अध्यायातील ११ व्या सूत्रामध्ये आयताच्या कर्णावरील सिद्धांत (पायथॅगोरस सिद्धांत) आला आहे. १२ वे सूत्र चौरसावरील कर्णाच्या सिद्धांताचे वर्णन करते. व १३ व्या सूत्रात वर्गमूळ २ (√२) ची किंमत सांगितली आहे.

(५) वर सांगितलेल्या एकंदर सात शुल्बसूत्रांपैकी १ बौधायन, २ आपस्तंब व ३ कात्यायन ही फक्त तीनच सूत्रे यज्ञांसाठी लागणाऱ्या भूमितीचे वर्णन करतात. मानव शुल्बसूत्रात भूमितीच्या केवळ काही भागांचेच वर्णन आले आहे.

(६) सर्व शुल्ब सूत्रांचा विषय एकच, त्यामुळे त्यासाठी भूमितीचे प्रचारात असलेले नियम पण सारखेच असणार. तरी कात्यायन शुल्बसूत्रात भूमितीचे कोणते नियम आले आहेत ते दर अध्यायाप्रमाणे आपण पाहू:—

अनुक्रमणिका

अध्याय पहिला

अनुक्रमणिका

अध्याय दुसरा

अनुक्रमणिका

अध्याय तिसरा

अध्याय चवथा

अनुक्रमणिका

अध्याय पाचवा

अध्याय सहावा

अनुक्रमणिका

अध्याय सातवा (श्लोक)

क्रमांक	सूत्रवार येणारे विषय	सूत्रे
१	पौर्ण मासिकी वेदीचे माप घेण्यासाठी दोरीवर खुणाकोठे कराव्यात व तिचा वापर कसा करावा याची माहिती.	१
२	शुल्ब जाणणाऱ्याला कोणत्या गोष्टींच्या माहितीची आवश्यकता आहे.	२ ते ५
३	शङ्कूची लक्षणे. मुद्गराची लक्षणे.	६ ते १०
४	मापावयाची दोरी कशी असावी व कशापासून तयार करावी.	११ ते १३
५	सदो मंडप मापणाऱ्या दोरीवरील खुणा व मापण्याची रीत.	१४
६	सौमिक वेदीचे रज्जुमान.	१५
७	सौत्रामणी वेदीचे रज्जुमान.	१६
८	खर लक्षण.	१७ ते २१
९	अंगुल; अरत्नी; हस्त इत्यादींची मापे.	२२ ते २५
१०	सुवर्णादि नाण्यांचे प्रमाण.	२६ ते २९
११	वीट वाळवताना व भाजताना मापात कमी होते त्यासाठी तिचे माप काय असावे.	३०
१२	काटकोन त्रिकोण करण्याची रीत.	३२ व ३३
१३	पूर्व दिशा कशी ठरवावी.	३५
१४	प्रक्रमाचे माप.	३४
१५	तीन अग्नींच्या स्थंडिलांची मापे व शेवट.	३७ व ३८ आणि ३९

शुल्ब सूत्रासंबंधी मला मिळालेली सर्व माहिती पहिल्या प्रकरणात दिली आहे. दुसऱ्या प्रकरणात कात्यायन शुल्बसूत्रात भूमिती वभूमिती शिवाय कोणते विषय आले ते सूत्रवार दाखवले आहे. परंतु शुल्बसूत्रांचा अभ्यास करणाऱ्यासाठी म्हणून एक खास प्रकरण लिहून ही माहिती पुरी करीत आहे.

(१) वर आलेल्या चारी सूत्रांपैकी बौधायनशुल्बसूत्र अत्यंत विस्तृत व खुलासेवार माहिती देणारे आहे.

(२) आपस्तंब शुल्बसूत्र त्या मानाने अपुरे वाटते,

शुल्बसूत्रांचा विचार करताना पुढील गोष्टींचा अभ्यास होणे अत्यंत जरुरीचे आहे. त्या गोष्टी अशा:—

अनुक्रमणिका

(१) अंगुल व त्याचे प्रमाण.

(२) पायथॅगोरसची भारत भेट. या भेटीसंबधाने शुल्ब सूत्रावरून काय माहिती उपलब्ध होते.

(३) शुल्ब सूत्राचा विषय तोच असल्यामुळे, त्या विषयाला अनुरूप अशी भूमितीतील सर्व सूत्रे सारखी असणे साहजिक आहे. परंतु प्रत्येक सूत्राचा काल लक्षात घेता पुढील गोष्टी स्पष्ट होतात.

(अ) प्रत्येक सूत्रात ६०% सूत्र शब्दशः एक आहेत. त्यात कोठल्याही तऱ्हेचा फेरफार नाही.

(आ) बौधायनांनी आपल्या सूत्रात, गणिताच्या दृष्टीने दिलेली अत्यंत महत्त्वाची सूत्रे, आपस्तंब व कात्यायन यांचे सूत्रांत आढळत नाहीत.

(इ) आपस्तंब शुल्बसूत्राचा कल जितके गणिताचे सूत्र अवघड असेल तितके ते टाळण्याचा दिसतो.

(ई) याचे उलट कात्यायनानी काही नवीन सूत्रे (भूमिती संबंधी) आवल्या सूत्रात दाखल केली आहेत. यावरून काय अनुमान निघू शकते याचा विचार अवश्य व्हावयास हवा.

(४) दोन शाखांत मतभेद असणे शक्य आहे याचे उदाहरण म्हणून स्मशान चितीचे देता येईल.

(अ) बौधायनांनी या चितीचा आकार समांतर सम द्विभुज चौकोनी असावा असे म्हटले आहे व त्यांनी त्याप्रमाणे त्या चितीच्याआकाराचे वर्णन केले असून, त्या चितोला लागणाऱ्या विटांच्या आकारांचे प्रकारांचे पण वर्णन केले आहे.

(आ) याचे अगदी उलट आपस्तंबांनी या चितीचा आकार इतर काही चितीच्या आकाराप्रमाणे वर्तुळ व चौरस असा दाखविला आहे. ही मतभेदाची बाब होऊ शकेल.

(५) चितीना लागणाऱ्या विटासुद्धा गणिताचा आधार घऊन ठरविलेल्या दिसतात.

(६) या चितींची मूळ कल्पना काहीही असो. त्यांचा आकार ठरविताना पुढील गोष्टी गृहीत धरल्याचे स्पष्ट दिसते.

(अ) सर्व चितींचे क्षेत्रफळ सारखे असावे.

(आ) प्रत्येक चितीत ५ थर असावेत व प्रत्येक थरात भाजलेल्या २०० टा ठेवाव्या.

(इ) विटा ठेवताना सांधमोड अवश्य साधावी.

अनुक्रमणिका

(३) कात्यायन शुल्ब सूत्रे

अध्याय १ ते ७

मराठी भाषांतर

अनुक्रमणिका

अध्याय पहिला

रज्जुसमासं वक्ष्यामः ॥१॥

रज्जु = दोरी. समास = एकीकरण. वक्ष्यामः = सांगणार आहोत.

दोरीच्या सहाय्याने (क्षेत्राचे म्हणजे, क्षेत्र कमी अथवा अधिक कसे करावे याचे) क्षेत्राचे एकीकरण कसे करावे हे सांगतात.

कर्क भाष्यम्ः– स जयत्युदयेनैषां चतुसृष्वपि दिक्षु निवसतां नृणाम्।
मेरोः प्रतिदिनमन्यामाशां विदधाति यः प्राचीम् ॥१॥

जो सूर्य, मेरू पर्वताच्या चारी दिशांना राहणाऱ्या, माणसांसाठी, प्रत्येक दिवशी आपल्या उगवण्याने पूर्व दिशा निश्चित करतो, तो विजयी होवो.

किमर्थमिदमुच्यते ? **यदाचार्येण प्राग्वंशसदोहविर्धानाद्यग्निमानादीनि परामर्शमात्रेणैवोक्तानि, तेषां तत्वनिर्णयार्थमिदमुच्यते।**

"रज्जुसमासं वक्ष्यामः" असे का सांगितले? ज्या अर्थी आचार्यांनी म्हणजे कात्यायन वगैरे श्रौतसूत्रकारांनी प्राग्वंश, सदस, हविर्द्धान इत्यादी मंडप व अग्निचयनांची मापे यांचा केवळ परामर्शानेच उल्लेख केला आहे. तेव्हा त्यांच्या मोजमापांचा निर्णय करण्यासाठीच हे सांगितले आहे.

ननु चाचार्येणैव नेत्स्पष्टमभिहितं वेदिं पुरस्कृत्य "व्याममात्रीं पश्चात्त्र्यरत्निं प्राचीम्" (का. श्रौ. २-६-१) इति।

आता शंका अशी की आचार्यांनीच वेदीबाबत असे स्पष्ट सांगितले आहे की – वेदी पश्चिमेला व्यामाइतकी (व्याम = ९६ अंगुले) असावी, व तिची पूर्व बाजू ३ अरत्नी म्हणजे ७२ अंगुले असावी. (अरत्नि = २४ अंगुले).

तथा महावेद्यां "षट्त्रिंशत्प्रक्रमां प्राचीं त्रिंशतं पश्चाच्चतुर्विंशतं पुरस्तात्" इति।

प्राची = पूर्व पश्चिम लांबी. पश्चात् = पश्चिम. पुरस्तात् = पूर्व.

तसेच महावेदीसंबंधाने सांगताना, महावेदीची पूर्व पश्चिम लांबी ३६ प्रक्रम, पश्चिम बाजू ३० प्रक्रम व पूर्व बाजू २४ प्रक्रम असावी.

सदसोऽप्यायामतिर्यङ्माने अभिहिते अग्नावपि "उत्तरेषु पुरुषोच्चयेनैकशतविधात्" (का. श्रौ.१६–८–२७) इति तत्रोच्यते।

अनुक्रमणिका

तसेच प्राग्वंश, हविर्धान, सदस इत्यादी मंडपांची लांबी रुंदी दिली असून, अग्निचयनांविषयी सांगताना, प्रथम अग्नीपासून एकशेएक अग्निस्थानांपर्यंत प्रत्येक वेळी एक पुरुष मापाने अग्निस्थान वाढवावे असे सांगितले आहे. परंतु वेदी, मंडप, त्यांतील अग्निस्थान यांची जागा निश्चित करण्याकरिता पूर्व-पश्चिम रेषा प्रथम निश्चित करणे अवश्य आहे. ही पूर्व-पश्चिम रेषा दोरीच्या सहाय्याने कशी निश्चित करावी हे पुढे सांगतील.

अतश्चाचार्येण सूत्रशेषमेवैतदुच्यते – "रज्जुसमासं वक्ष्यामः" इति। प्रतिज्ञासूत्रमेतत्। रज्ज्वा यत्समस्यते सङ्क्षिप्यते स रज्जुसमासः। समासग्रहणं च व्यासोपलक्षणार्थमपि।

आचार्यांनी श्रौतसूत्राचा शेष भाग म्हणून शुल्बसूत्र सांगितले आहे. "रज्जुसमासं वक्ष्यामः" हे प्रतिज्ञासूत्र आहे. दोरीने मापलेला जो प्रदेश तो रज्जुसमास. समास म्हणजे जोडणे किंवा एकत्र करण. या समास शब्दात व्यासाचा म्हणजे विभजनाचाही अंतर्भाव आहे.

यथाऽत्र समास उच्यते–"समचतुरस्राणामुक्तः समासः" (शु. सू. २–११), यथा नानाप्रमाणसमासे (शु. सू. २–२२) इति। एवं व्यासोपि "चतुरस्राच्चतुरस्रं निर्जिहीर्षन्" (शु. सू. ३–१) इति। "समचतुरस्रम् दीर्घचतुरस्रम्" (शु. सू. ३–४) इति च। अतः समासग्रहणेन व्यासोऽपि लक्ष्यते।

"समचतुरस्राणामुक्तः समासः" आणि "नानाप्रमाणसमासे" या सूत्रांनी क्षेत्राचे एकीकरण कसे करावे हे सांगितले असून "चतुरस्राच्चतुरस्रं निर्जिहीर्षन्" तसेच "समचतुरस्रं दीर्घचतुरस्रम्" इत्यादी ठिकाणी व्यास शब्दाचा उपयोग केला आहे. म्हणून समास शब्दाने विभजनाचाही बोध होतो.

समे शङ्कुं निखाय शङ्कुसम्मितया रज्ज्वा मण्डलं परिलिख्य यत्र लेखयोः शङ्क्वग्रच्छाया निपतति तत्र शङ्कू निहन्ति, सा प्राची।

समे = सपाट जमिनीवर.शङ्कू = खुंटी.निखाय = ठोकून.

सपाट जमिनीवर खुंटी ठोकून, त्या खुंटीला बांधलेल्या दोरीने वर्तुळ काढून, ज्या ठिकाणी खुंटीच्या टोकाची छाया, सूर्याच्या किरणांमुळे, त्या वर्तुळाच्या परिघावर पडते, त्या ठिकाणी दोन खुंट्या ठोकाव्या. ती पूर्व दिशा होय.

क. भाष्य :– "इह प्राञ्चमग्निमुद्धरति" इति श्रूयते। अतो हि दिङ्निरूपणायेदमाह – समग्रहणं निम्नोन्नताऽग्रहणार्थम्। विषमे हि छायावैषम्यं, तत्र दिगस्पष्टा भवति। तत्र शङ्कुं निखाय तत्संमितया रज्ज्वा मण्डलं परिलिखेत्। तत्र पूर्वापरयोर्लेखयोः शङ्क्वग्रच्छाया निपाते इतरौ शङ्कू निखनेत् सा दिक् प्राची दण्डसमासार्धलक्षणम्। इतरा प्रतीची इति।

अग्नीचे उद्धरण पूर्वेला करावे असे श्रुतीत सांगितले आहे. आणि म्हणून दिशासाधनासाठी हे सूत्र सांगतात. सपाट प्रदेश घ्यावा. उंच सखल घेऊ नये. उंच सखल प्रदेश घेतल्यासछाया बरोबर न पडल्यामुळे दिशासाधन स्पष्ट होणार नाही. सपाट जागी खुंटी रोवून, त्या खुंटीला बांधलेल्या दोरीने वर्तुळ काढावे. तेथे पूर्वेकडील व पश्चिमेकडील परिघावर, ज्या ठिकाणी खुंटीच्या टोकाची छाया पडेल तेथे दोन

खुंट्या ठोकाव्या. या खुंट्यांना जोडणारी रेषा ही पूर्व. दण्ड रज्जूची अर्धी बाजू दाखवणारी. दुसरी बाजू ती पश्चिम दिशा दाखवते.

आदित्योदयो हि प्राच्युपलक्षणम् । न च तामन्तरेणोदयः शक्यते साधयितुमतस्तच्छायोपन्यस्ता दिग्ग्रहणार्थम्।

सूर्योदय हेच पूर्वेचे लक्षण आणि त्या पूर्वेशिवाय उदय साधणे अशक्य असल्यामुळे दिशासाधन करण्याकरता छायेचा आश्रय केला.

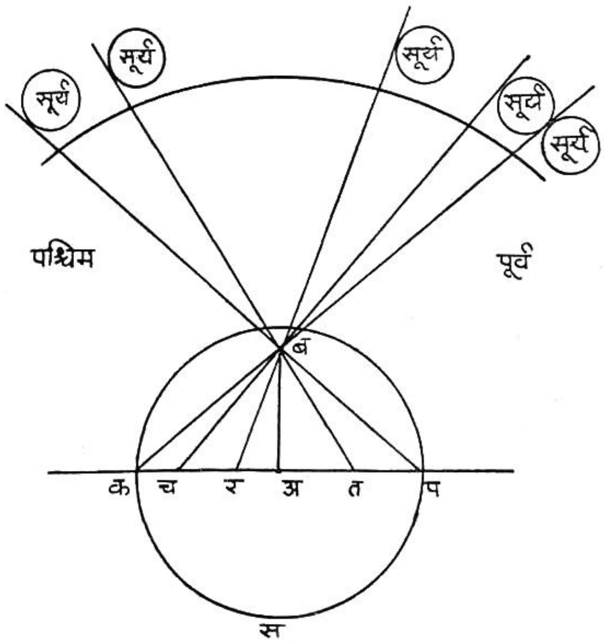
ननु चादित्यश्चित्रास्वात्यन्तरालेऽअन्यत्र वाऽन्यत्रोदेति। तत्रानेकाहः साध्ये कर्मणि प्राची न लभ्यते। दक्षिणायने तु चित्रांयावदादित्य उपसर्पति, उदगयने स्वातीमिति। विषुवतीये त्वहनि चित्रास्वात्योर्मध्य एवोदयः।अतस्तन्मध्ये शङ्कुगतैव च्छाया भवति। एवं च सति अहरन्तरेषु सैवप्राची न भवतीति अत्रोच्यते।

सूर्य हा चित्रा आणि स्वाती या दोन नक्षत्रांमध्ये उगवतो. परंतु तो एकाच ठिकाणी उगवत नाही. दक्षिणायनात तो स्वाती नक्षत्राकडे झुकतो. तर उत्तरायणात तो चित्रा नक्षत्राकडे झुकतो. ज्या दिवशी सूर्य विषुववृत्तावर असतो, त्या दिवशीच तो चित्रा आणि स्वाती यांच्या बरोबर मध्ये उगवतो. २१ जून ते २१ डिसेंबर या सहामाहीस दक्षिणायन व २१ डिसेंबर ते २१ जून या सहामाहीस उत्तरायण असे म्हणतात. सूर्य जेव्हा मेष अगर तुला राशीत प्रवेश करतो, तो दिवस २१ मार्च किंवा २१ सप्टेंबर होय. त्या दिवशी सूर्य चित्रा व स्वाती यांच्या बरोबर मध्ये उगवतो. आणि हीच खरी पूर्व आणि म्हणून यांच्या मध्ये शङ्कूप्रमाणे छाया पडते, असे असल्यामुळे सूर्य ज्या दिवशी विषुववृत्तावर असतो त्या दिवसाखेरीज इतर दिवशी तो खऱ्या पूर्व दिशेला उगवत नाही म्हणून म्हणतो.

“तं प्राञ्चमुद्धरति” इत्यनेन प्राच्युद्धरेण कृतेऽनेकाहः साध्यपि कर्मणि तदेवोद्धरणमित्यहरन्तरे दोषो न भवति। अपि चाभियुक्तोपदेशश्चित्रास्वात्योन्तरालं प्राचीति न तदन्तरालामादित्यो जहाति। तस्माद्यैवोद्धरणकाले प्राची सैव सर्वत्रेति।

श्रुतिवचनांप्रमाणे पूर्व दिशेला अग्नीचे उद्धरण विहित असल्यामुळे, अनेक दिवस चालणाऱ्या यज्ञकर्मांत, विद्वानांनी चित्रा आणि स्वाती या मधील अंतरासच पूर्व मानून, प्रथम दिवशी जी पूर्व निश्चित केली असेल तीच पूर्व तो यज्ञ संपेपर्यंत मानण्याचा प्रघात आहे. यामुळे इतर दिवशी सूर्याच्या उगवण्यामुळे जरी पूर्व दिशेत थोडा फार फरक पडत असला तरी त्यामुळे कोणताही दोष

अनुक्रमणिका



अब = शङ्कू
क, च, र, त, प = शङ्क्वग्र छाया बिन्दू.
क स प = जमिनीवर काढलेले वर्तुळ.

उद्‌भवत नाही. सूर्य चित्रा आणि स्वाती या मधील अंतर कधीही ओलांडून जात नाही. म्हणून अग्नीच्या उद्धरणकाली जी पूर्व दिशा असेल तीच पूर्व इतर दिवशीही मानावी.

तदन्तरं रज्ज्वाऽभ्यस्य पाशौ कृत्वा शङ्क्वोः पाशौ प्रतिमुच्य दक्षिणायम्य मध्ये शङ्कुमेवमुत्तरतः सोदीची ॥३॥

तदन्तरं = पूर्व आणि पश्चिम या दोन खुंट्यांमधील अंतर. रज्ज्वा = त्या अंतराएवढ्या मापाची दोरी. अभ्यस्य = दुप्पट करून. पाश = फास. दक्षिणायम्य = दक्षिणेला खेचून.

(पूर्व आणि पश्चिम या दोन खुंट्यांमधील) त्या अंतराच्या दुप्पट दोरी घेऊन, त्या दोरीच्या दोन्ही टोकांना फास करून, ते फास त्या खुंट्यांत अडकवून, (त्या दुप्पट केलेल्या दोरीचा मध्यबिंदू) दक्षिणेकडे खेचून मधोमध खुंटी ठोकावी. (ती दक्षिण दिशा). याच प्रमाणे उत्तरेला करावे. ती उत्तर दिशा.

रज्ज्वन्तयोः पाशौ करोति ॥४॥

दोरीच्या दोन्ही टोकांना फास करावे.

श्रोण्यंसनिरञ्छनसंख्यासमासभङ्गेषु लक्षणानि ॥५॥

श्रोणी, असं, निरञ्छन, संख्यासमासभङ्ग (या दोरीवरील चिन्हांचे ठिकाणी) खुणा कराव्या.

अनुक्रमणिका

महीधर भाष्य : — वेद्यादेनैऋत्यवायव्यकोणौ श्रोणिशब्दवाच्यौ, ईशानाग्निकोणावंसशब्दाभिधेयौ। निरञ्छनमभ्यासचतुर्थभागः "प्रमाणमभ्यस्याभ्यासचतुर्थे लक्षणं करोति तन्निरञ्छनम्" (शु, सू. १-१२) इति वक्ष्यमाणत्वात् । क्षेत्रायाममितैका रज्जुः दण्डरज्जुसंज्ञा, सा, तावती द्वितीयाऽभ्यासरज्जुः, तयोर्या संख्या द्वित्वलक्षणा, तस्याः समास एकीकरणं, तदर्थं भङ्गो भञ्जनं, संख्यासमासभङ्गः । श्रोणी च अंसौ च निरञ्छनं च संख्यासमासभङ्गश्च ते तेषु लक्षणानि चिन्हानि, करोत्यनुषङ्गः । श्रोण्यादिपरिच्छेदकरज्ज्वो गृह्यन्ते तत्र चिन्हानि कुर्यात् ।

वेदीच्या नैर्ऋत्य व वायव्य कोनांना श्रोणि व ईशान्य व आग्नेय कोनांना अंस म्हणतात. वाढवलेल्या दोरीच्या चवथ्या भागावरील खुणेला निरञ्छन म्हणतात. (हे चिन्ह हातात धरून ओढले असता काटकोन त्रिकोण तयार होतो.) प्रमाण दोरी तितक्याच प्रमाणाने वाढवून वाढवलेल्या चवथ्या भागावरील खुणेलानिरञ्छन म्हणतात (शु. सू. १-१२) (या निरञ्छनाच्या व्याख्या पुढे येणार आहेत.) क्षेत्राची रुंदी मापणाऱ्या दोरीला दण्डरज्जू व तिच्या एवढ्याच लांबीची दुसरी दोरी तिला अभ्यासरज्जू असे म्हणतात. त्या दोन दोऱ्यांचा समास म्हणजे एकीकरण. त्या दोन्ही दोऱ्या (दण्डरज्जू व अभ्यास रज्जू) जेथे जोडल्या जातात, त्या बिंदूला संख्यासमासभङ्ग असे म्हणतात. श्रोणी, अंस, इत्यादी भाग पाडलेल्या दोऱ्यांचा मापताना उपयोग होतो म्हणून सांगितलेल्या ठिकाणी खुणा कराव्या.

प्राच्यन्तयोः शङ्कू निहन्ति ॥६॥

प्राची = पूर्व पश्चिम लांबी. जिला दण्डरज्जू किंवा प्रमाणरज्जू असे म्हणतात.

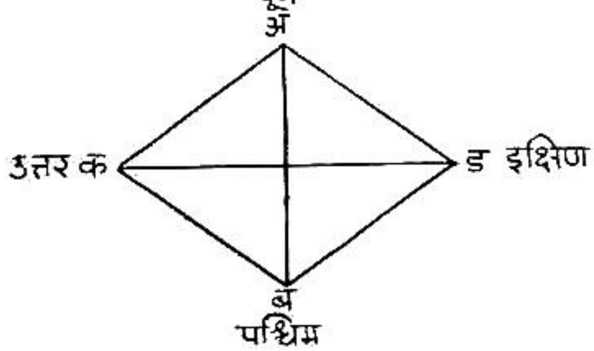
पूर्वेला व पश्चिमेला एकेक खुंटी ठोकावी.

श्रोण्योरंसयोश्च ॥७॥

(दोन) श्रोणीवर व (दोन) अंसावर खुंट्या ठोकाव्या.

क. भा. मानोत्तरकालमिष्ट क्षेत्र परिच्छेदाय ।

मापल्यानंतर इच्छित क्षेत्र निश्चित करण्याकरिता त्या (खुंट्या) आवश्यक आहेत.



अनुक्रमणिका

अब= प्रमाण दोरी

अब=अक=कब

∴**अक + कब=२अब**

क हा **अकब** दोरीचा मध्य बिंदू.

क बिंदू उत्तरेला अगर दक्षिणेला खेचून उत्तर दक्षिण दिशा निश्चित करावी.

शङ्क्वोः पाशौ प्रतिमुच्य निरञ्छनेन गृहीत्वा दक्षिण पूर्वां दिशं हरन्ति ॥८॥

खुंट्यांना फास अडकवून, निरञ्छन चिन्ह धरून ते आग्नेय दिशेला खेचावे.

प्रमाणाइतक्या अंतरावर, पूर्वेला व पश्चिमेला ठोकलेल्या खुंट्यांत फास अडकवून निरञ्छन चिन्ह आग्नेय दिशेला खेचून, अंस चिन्हांवर खुंटी ठोकावी,

एवमुत्तरतः ॥९॥

याचप्रमाणे उत्तरेला खेचावे.

क. भा. अनेनैव प्रकारेण निरञ्छनेन गृहीत्वोत्तरपूर्वां दिशं हरन्ति । तत्राप्यंसलक्षणशङ्कुरेव स्यात् । एवं दण्डरज्ज्वा अंशपाशाच्छ्रोणिमानार्थं लक्षणम् ।

याच तऱ्हेने निरञ्छन चिन्ह ईशान्य दिशेला खेचावे व त्या ठिकाणी अंसासाठी खुंटी ठोकावी. याचप्रमाणे दण्डरज्जूवर अंसाच्या पाशापासून श्रोणी मापण्यासाठी चिन्हे करावीत.

पुरस्तात्तिर्यङ्मानमंसशब्देनोक्तम् । पश्चात्तिर्यङ्मानं श्रोणिशब्देनोच्यते ।

पूर्वेकडील तिर्यङ्मानीच्या प्रदेशाला अंस आणि पश्चिमेकडील तिर्यङ्मानीच्या प्रदेशाला श्रोणी असे म्हणण्याची प्रथा आहे.

विपर्यस्येतरतः ॥१०॥

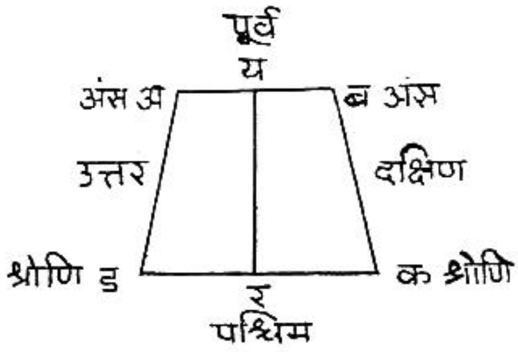
या प्रमाणेच फास बदलून, पश्चिमेला (दक्षिण व उत्तर दिशांकडे निरञ्छन चिन्ह) खेचावे.

यर= प्राची = प्रमाणरज्जू = दण्डरज्जू.

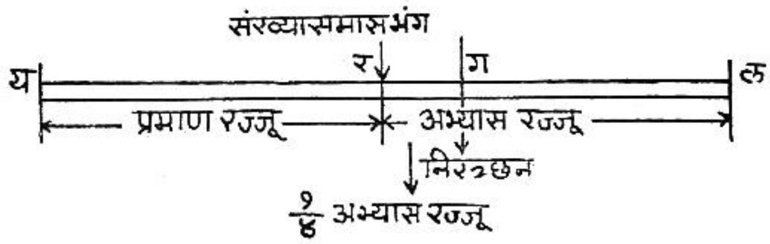
अ व **ब** बिंदू = अंस.

अनुक्रमणिका

क व **ड** बिंदू = श्रोणी.



अंस व श्रोणी ही चिन्हे क्षेत्राच्या आकारावर अवलंबून आहेत. क्षेत्राचा आकार जर चौरस किंवा आयत असेल तर अंस व श्रोणी याच्या खुणा, प्रमाणरज्जूपासून सारख्या अंतरावर असतील. तोच क्षेत्राचा आकार जर समांतर द्विभुज चौकोनी असेल तर त्याच खुणा समांतर भुजांच्या कमी जास्त लांबीवर अवलंबून राहतील. त्रिकोणी आकार असेल तर अंसांच्या खुणांची जरुरी नाही.



यर= प्रमाणरज्जू =**रल**= अभ्यासरज्जू. **रग=१/४** अभ्यासरज्जू. **ग** बिंदू = निरञ्छनाची खूण.

प्रमाणरज्जू व अभ्यासरज्जू **र** या बिंदूवर जोडल्या आहेत. आणि म्हणून **र** या बिंदूला संख्यासमासभंग असे म्हणतात.

यर या प्रमाणरज्जूएवढ्या अंतरावर (पूर्व पश्चिम लांबीवर) दोन्ही टोकांना खुंट्या ठोकाव्या. नंतर वाढवलेल्या दोरीसकट एकंदर दोरीच्या दोन्ही टोकांना फास करून, ते फास या खुंट्यांत अडकवून, **ग** हे निरञ्छन चिन्ह, दक्षिणेला अगर उत्तरेला खेचल्यामुळे **य** किंवा **र** या प्रमाणदोरीच्या टोकांशी, काटकोन त्रिकोण तयार होतो, व आपल्याला हवे असलेले अंस व श्रोणी हे बिंदू दोरीवर केलेल्याखुणेने निश्चित करता येतात.

स समाधिः सर्वत्र ॥११॥

(या प्रमाणे) सर्व ठिकाणी वरील रीत अनुसरावी.

क. भा. सर्व क्षेत्रेष्वयं प्रकारः ।

अनुक्रमणिका

कोठलीही जमीन मापावयाची झाल्यास हीच रीत वापरावी.

म. भा. स उक्तः “रज्ज्वन्तयोः पाशौ करोति” (का. शु. १-४) इत्यादि सूत्रोक्तः समाधिः समाधानं क्षेत्रमानविधिः सर्वत्र समचतुरस्रेषु दिर्घचतुरस्रेष्वपि ज्ञेयः ।

“रज्ज्वन्तयोः पाशौ करोति” इत्यादी सूत्रांत जे सांगितले आहे ते समचौरस असो किंवा आयत असो, क्षेत्रमापनाचे वेळी त्या सर्व गोष्टी अमलात आणून समाधान साधावे. समाधीचा अर्थ समाधान असा भाष्यकारांनी सांगितला आहे.

प्रमाणमभ्यस्याभ्यासचतुर्थे लक्षणं करोति, तन्निरञ्छनम् ॥१२॥

प्रमाणदोरी दुप्पट करून, वाढवलेल्या दोरीच्या चवथ्या भागावर खूण करावी. हे निरञ्छन चिन्ह होय.

क. भा. रज्जुप्रमाणमभ्यस्य । अभ्यासो हि द्विगुणीकरणम् । तत्रैका दण्डरज्जुरभ्यासरज्जुः । तत्राभ्यासप्रथमचतुर्थे लक्षणं क्रियते । संख्यासमासभङ्गाद्यतुर्थे लक्षणं गृह्यते नाभ्यासरज्ज्वन्ते । श्रोण्यंसपरिच्छेदो हि ततो भवतीति । तस्य चतुर्थलक्षणस्य निरञ्छन संज्ञा संव्यवहार्या ।

प्रमाणदोरीचा अभ्यास करून (अभ्यास करणे म्हणजे वाढविणे) म्हणजे प्रमाणदोरीइतकीच दोरी वाढवून, त्या वाढवलेल्या दोरीवरील पहिल्या चवथ्या भागावर खूण करावी. ती खूण संख्यासमासभङ्गाजवळील वाढवलेल्या दोरीच्या चवथ्या भागावर करावी. त्या दोरीच्या शेवटाकडील भागावर नव्हे. यामुळे श्रोणी व अंस निश्चित करणे सोपे होते. या चवथ्या भागावरील खुणेला व्यवहारासाठी निरञ्छन असे म्हणतात.

अक्षणया तिर्यङ्मानी शेषः ॥१३॥

(दोरीतून) तिर्यङ्मानी वजा केली असता, उरलेली दोरी अक्षणया होय.

क. भा. निरञ्छनेन गृहीत्वा आकृष्यते साऽक्षणया रज्जुरुच्यते । एवं ह्युक्तं प्रदेशान्तरे । करणी तत्करणी, तिर्यङ्मानी, पार्श्वमान्यक्षणयेति रज्जवः । सा चाक्षणया रज्जुस्तिर्यङ्मान्याः शेषो भवति । तिर्यङ्मानी च श्रोण्यंसपरिच्छेदिका । सा हि पूर्वापरायमापेक्षया तिर्यग् भवति । अक्षणया रज्जुश्च तच्छेषः । न हि तया विना तिर्यङ्मानी भवति ।

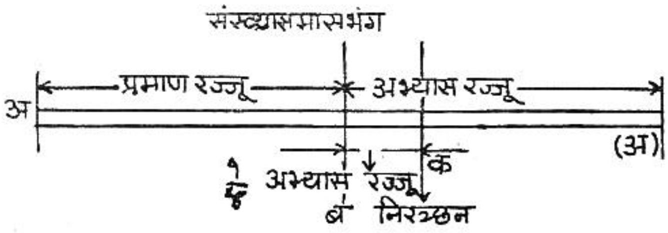
निरञ्छन चिन्हाला धरून ओढल्या गेलेल्या दोरीचा जो तिरपा भाग तो अक्षणया.

θ ही अक्षणया दोरी म्हणजेच प्रमाणदोरी व अभ्यासदोरी मिळून बनलेल्या दोरीचा तिर्यङ्मानी वजा जाता उरलेला भाग. ह्या दोरीचा उपयोग काटकोन त्रिकोणात अक्षणया व तिर्य ङ्मानी असा होतो.

अनुक्रमणिका

तिर्यङ्मानीमुळेच श्रोणी व अंस निश्चित होतात. तिर्यङ्मानी ही पूर्व पश्चिम लांबीला तिरपी असते, आणि ती वजा जाता राहिलेली दोरी ती अक्ष्णया. अक्ष्णयेशिवाय तिर्यङ्मानी होत नाही.

θ करणी, तत्करणी, तिर्यङ्मानी, पार्श्वमानी व अक्ष्णया ही दोरीवरील मापे होत.



अब= प्रमाणरज्जू= प्राची =दण्डरज्जू= अभ्यासरज्जू.

बक= संख्यासमास भंगाजवळील अभ्यासरज्जूचा चवथा भाग.

क बिंदूवर निरञ्छन चिन्ह.

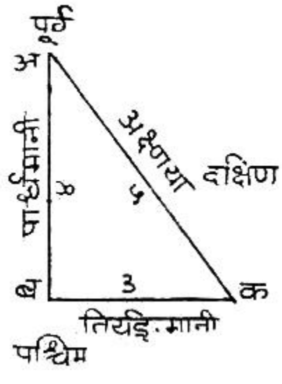
प्रमाणरज्जू = अभ्यासरज्जू = ४ मापे.

प्रमाणरज्जू + अभ्यासरज्जू = ४+४=८ मापे.

तिर्यङ्मानी = ३. अक्ष्णया = ८ − ३ = ५.

म्हणून निरञ्छन चिन्ह दक्षिणेकडे खेचले असता, ज्यांच्या बाजू ३ व ४ मापाच्या आहेत व ज्याचा कर्ण अथवा बाजू ३ व ४ मापाच्या आहेत व ज्याचा कर्ण अथवा अक्ष्णया ५ मापाची आहे असा एकच प्रकारचा काटकोन त्रिकोण तयार होतो.

ही झाली निरञ्छन शब्दाची एक व्याख्या. आता निरञ्छन शब्दाची दुसरी व्याख्या पुढे दिली आहे. ती काय दर्शविते ते पहा.



प्रमाणार्धं वाभ्यस्याभ्यासषष्ठे लक्षणं करोति तन्निरञ्छनम् ॥१४॥

अनुक्रमणिका

प्रमाणदोरीच्या अर्धी दोरी प्रमाणदोरीत मिळवून, त्या वाढवलेल्या दोरीच्या (अर्ध्या दोरीच्या) सहाव्या भागावर खूण करावी. हे निरञ्छन चिन्ह होय.

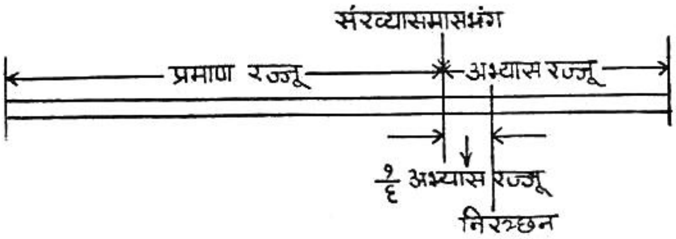
अक्षणया तिर्यङ्मानी शेषः ॥१५॥

(प्रमाणदोरीत, प्रमाणदोरीच्या अर्धी दोरी मिळवून, तयार झालेल्या दोरीतून) तिर्यङ्मानी वजा जाता, उरलेली दोरी ती अक्षणया होय.

प्रमाणरज्जू = १२ मापे. अभ्यासरज्जू = १/२ प्रमाणरज्जू = ६ मापे.
१/६ अभ्यासरज्जू = १/६×६ = १. प्रमाणरज्जू+अभ्यासरज्जू = १२+६ = १८.
तिर्यङ्मानी = ५. अक्षणया = १८-५= १३.

यावरून निरञ्छन चिन्ह दक्षिणेला खेचून, ज्याच्या दोन बाजू ५ आणि १२ मापांच्याआहेत व अक्षणया किंवा कर्ण १३ मापांचा आहे, आसा काटकोन त्रिकोण तयार होतो. यामुळे या सूत्राप्रमाणे ५, १२ आणि १३ ही मापे असलेला एकाच मापाचा काटकोन त्रिकोण तयार होतो.

वर आलेली दोन्ही सूत्रे महावेदी तयार करताना उपयोगी पडतात.



प्रमाणार्द्धे समचतुरस्त्रस्य शङ्कुः ॥१६॥

चौरसाच्या प्रमाणाच्या अर्ध्यावर खुंट्या माराव्या.

यामुळे श्रोणी व अंस निश्चित होतात.

शास्त्रवदर्द्धे वीर्घचतुरस्त्रस्य ॥१७॥

शास्त्रात सांगितल्याप्रमाणे आयताच्या रुंद बाजूच्या अर्ध्यावर खुंटी मारावी.

क. भा. दीर्घचतुरस्त्रस्य यच्छास्त्रेण तिर्यङ्मानमुक्तं तस्य मध्यमेन शङ्कुः । यथा सदसि नवतिर्यगिति । महावेदेश्चतुर्विंशतिं पुरस्तादित्येतदुक्तम् ।

आयताची शास्त्राने जी तिर्यङ्मानीची लांबी सांगितली असेल त्या तिर्यङ्मानीच्या निम्या लांबीने प्राचीच्या दोन्ही बाजूंना खुंटी मारावी. जसे सदस मंडपाची तिर्यङ्मानी ९ अरत्नी असल्यामुळे, प्राचीच्या दोन्ही बाजूंना (दक्षिणेला व उत्तरेला ४ १/२ अरत्निवर खुंट्या माराव्या. महावेदीची पूर्व बाजू २४ प्रक्रमांची सांगितली आहे. तेव्हा ती बाजू आखताना, प्राचीच्या दोन्ही बाजूंना १२ प्रक्रमांवर खूण.

अनुक्रमणिका

शकटमुखस्य चैवम् ॥१८॥

शकटमुख (त्रिकोनाकृती) चितीलाही हाच नियम लावावा.

म. शकटमुखस्य चयनादौ शकटमुखाकृतेः त्र्यरत्रिक्षेत्रस्य शास्त्रोक्तविस्ताराद्ध श्रोण्यर्थ शङ्कुर्देय इत्यर्थः ।

शकटमुखी चयनाच्या सुरवातीला, तिकोनी क्षेत्र असलेल्या शकटमुखाकृतीच्या शास्त्राने सांगितलेल्या रुंदीच्या अर्ध्या मापाने श्रोणीसाठी खुंटी ठोकावी.

एतेन प्राग्वंशवेदिमानानि व्याख्यातानि ॥१९॥

या रीतीने प्राग्वंश मंडप व महावेदी यांची रचना कशी करावी हे सांगितले.

म. भा. एतेन समचतुरस्रदीर्घचतुरस्ररज्जुकथनेन प्राग्वंशस्य हविर्द्धानादेः वेदेश्चैष्टिकसौमिक्यादेर्मानानि व्याख्यातानि । समचतुरस्रं प्राग्वंशं भवति, वेदिस्तु चतुर्मुखा ।

याप्रमाणे समचौरस व आयत यांची मापे सांगून, प्राग्वंश व हविर्द्धानादी मंडप तसेच महावेदी व सौमिकी वेदी यांची रचाना कशी करावी हे सांगितले. प्राग्वंश हा समचौरस तर वेदी समलंब चौकोनी असते.

ही आखणी करताना, अर्ध्या लांबीचे प्रयोजन काय अशी शंका येईल, परंतु पूर्व पश्चिम रेषा ही अक्षरेषा मानल्यानंतर श्रोणी व अंस हे बिंदू, अक्ष रेषेच्या दोन्ही बाजूस सारख्या अंतरावर येत असल्यामुळे, अर्धे माप घेणेच इष्ट आहे.

शालामानं च ॥२०॥

आणि शालेचे मापही.

तत्रोदीची प्राचीवत् ॥२१॥

या ठिकाणी उत्तर दिशा ही पूर्वेप्रमाणे समजावी.

क. भा. तत्रोदगायामत्वादुदीची प्राचीवद्भवति । उदञ्चं रज्जुन्यासं कृत्वा मानं कर्तव्यमित्यर्थः ।

येथे शाला मंडपाची रुंदी ही उत्तरेकडे असल्यामुळे, उत्तर दिशा ही पूर्वेप्रमाणे समजावी. म्हणजे उत्तर दक्षिण ही अक्ष रेषा मानून शाला मंडपाची आखणी करावी.

सदसश्चैवम् ॥२२॥

सदसाचीही (आखणी) या प्रमाणे. (उत्तर दक्षिण अक्ष रेषा मानून).

अपरिमितं प्रमाणाद्भूयः ॥२३॥

अनुक्रमणिका

अपरिमित म्हणजे नियत प्रमाणापेक्षा जास्त.

क. भा. यत्रापरिमितशब्दः श्रूयते तत्रोक्तप्रमाणादधिकं ग्रहीतव्यम् । बहुत्वे हि रूढोऽपरिमित शब्दः । बहुत्वं चापेक्षिकमिति । यद्वा द्वादशदीक्षा अपरिमितावेति ।

जेथे अपरिमित शब्दाचा उपयोग केलेला आढळेल तेथे सांगितलेल्या प्रमाणापेक्षा वाढते प्रमाण घ्यावे. अपरिमित हा शब्द जास्त या अर्थाने रूढ आहे. बहुत्व हे अपेक्षित आहे. बारा दिवस दीक्षा करावी, किंवा अपरिमित करावी असे सूत्रकार म्हणतात. (का. श्रौ. ७-१-२४).

प्रमाणे शास्त्रं प्रमाणं निर्ह्रासविवृध्योः ॥२४॥

कमी अगर अधिक प्रमाणाचे बाबतीत (शुल्ब) शास्त्रोक्त प्रमाण मानावे

क. भा. यत्र च प्रमाणं ह्रासविवृद्धयोस्तत्र च प्रमाणे विवृद्धौ शास्त्रतः प्रमाणवशेन विवृद्धिः । यथा यूपेऽरत्निभिरिति । ह्रासोपि प्रमाणवशेनैव । तदेव हि श्रुतं ह्रासविवृध्योरिति ।

जेथे माप कमी करणे अगर वाढवणे अभिप्रेत आहे, तेथे शास्त्रोक्त प्रमाणाने वाढ करावी. जसे यूपाची वाढ अरत्नीने करावी. ऱ्हाससुद्धा प्रमाणानुसार करावा. कमी अधिक करण्याचे बाबतीत शास्त्राला मान द्यावा.

योगश्च ॥२५॥

योगही (युक्ती) प्रमाण मानावा.

क. भा. यथा युज्यते घटते तथा ऱ्हासवृद्धी कर्तव्ये नातिरिक्तन्यूने ।

ज्याप्रमाणे योजलेले असेल किंवा ऱ्हास होत असेल, त्याप्रमाणे प्रमाणात कमी जास्त करावे. जास्ती अगर कमी करू नये.

म. भा. योगो नाम युक्तिः । युक्तिरप्याश्रयणीया । युक्त्या ऱ्हासवृद्धी विधेये नाधिकन्यूने ।

योग म्हणजे युक्ती. युक्तीचा पण उपयोग करावा. युक्तीचा उपयोग करून ऱ्हास वृद्धी साधावी कमी जास्त करू नये.

इतरस्य वितृतीये दक्षिणत इत्येतद्वक्ष्यामः ॥२६॥

“इतरस्य वितृतीये दक्षिणतः” हे सूत्र स्पष्ट करून सांगतात.

गार्हपत्याहवनीययोरन्तरालं षढ्ढा सप्तधा वाऽऽगन्तुसमं त्रेधा विभज्यापरवितृतीयलक्षणेन दक्षिणायम्य तस्मिन्नग्निः ॥२७॥

अनुक्रमणिका

गार्हपत्य व आहवनीय या मधील अंतरात त्याचा सहावा किंवा सातवा भाग मिळवून त्या एकूण दोरीचे तीन भाग करून, पश्चिमेकडील तिसरा भाग सोडून, त्या जागी खूण करावी. (या चिन्हालाच विवृतीय असे म्हणतात). ते चिन्ह दक्षिणेला खेचून तेथे दक्षिणाग्नी स्थापावा.

आ= आहवनीय मध्य.

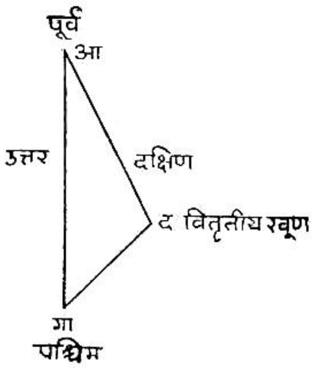
गा= गार्हपत्य मध्य.

आ गा= प्रमाणदोरी.

आ द गा= १/६ ने अगर १/७ ने वाढवलेली प्रमाणदोरी.

द गा= १/३ **आ द गा.**

द= वितृतीय चिन्ह.



आ द गा ही वाढवलेली दोरी, **द** या ठिकाणी असलेले वितृतीय चिन्ह दक्षिणेला खेचून **द** या वितृतीय चिन्हाचे जागी दक्षिणाग्नीची स्थापना करावी.

(या संबंधाचे विस्तृत विवेचन एका स्वतंत्र प्रकरणात येत असल्यामुळे येथे दिले नाही.)

विपर्यस्योत्तरत उत्करः ॥२८॥

फासाची अदलाबदल करून, (वितृतीय) चिन्ह उत्तरेला खेचून (जे स्थान येईल तेथे) उत्कर करावा.

म. भा. विपर्यस्य पाशौ विपर्यस्य विपरीतौ कृत्वा षढ्ढा, सप्तधा वा

विभक्ताऽऽगन्तुभागसहितवर्द्धितत्रिभागचिन्हितरज्जुपाशौ विपरीतौ कृत्वा षढ्ढा, सप्तधा वा विपरीतौ कृत्वा पूर्वतृतीयभागचिन्हेनोदगाकृष्य चिन्हस्पृष्टभूभागे उत्करः कार्यः । उत्करो नाम परिसमूहितवेद्यादितृणधूलिपुञ्जः ।

अनुक्रमणिका

सहाव्या अगर सातव्या भागाने वाढवलेल्या दोरीचे सारखे तीन भाग करून, त्या दोरीच्या शेवटी असलेल्या फासांची अदलाबदल करून, आता **पूर्व** बाजूला असलेल्या तिसऱ्या भागाचे सुरवातीला असलेले वितृतीय चिन्ह उत्तरेला खेचून ते चिन्ह ज्या ठिकाणी जमिनीला स्पर्श करील तेथे उत्करासाठी जागा करावी.

आ गा= प्रमाणदोरी.

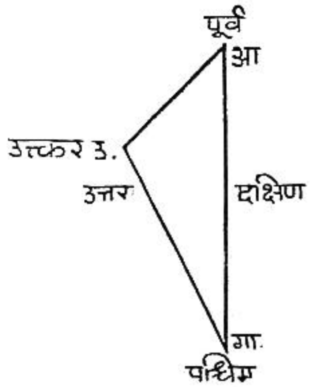
आ उ गा= वाढवलेली दोरी.

आ उ= १/३ **आ उ गा**

उ= वितृतीय चिन्ह.

उ= उत्कर मध्य.

उत्कर म्हणजे उकिरडा. या ठिकाणी वेदीची जागा साफ करताना मिळणारे गवत व माती साठवतात. उत्कर हा नेहमी वेदीच्या बाहेर करावा. कारण चात्वालाचे बरोबरच त्याचा उल्लेख केलेला आढळतो.



अपि वान्तरत्रिभागोनया रज्ज्वा पूर्वोर्द्धे समचतुरस्त्रं कृत्वा श्रोण्यामग्निः ॥२९॥

अथवा गार्हपत्य व आहवनीय या मधील अंतराचा १/३ भाग प्रमाण दोरीतून कमी केलेल्या दोरीने, गार्हपत्याच्या पूर्वेकडील अर्ध्या भागामध्ये चौरस करून त्याच्या श्रोणीवर दक्षिणाग्नी स्थापावा.

विपर्यस्योत्तरांस उत्करः ॥३०॥

फास बदलून चौरसाचे उत्तर अंसावर उत्कर करावा.

*****

अनुक्रमणिका

अध्याय दुसरा

अङ्गुलैः रथसंमितायाः प्रमाणम् ॥१॥

रथाच्या आकाराच्या (हे रथाच्या जोखडाला उद्देशून सांगितले आहे) वेदीचे प्रमाण अंगुलांनी सांगितले आहे.

म. भा. "रथमात्र्युत्तरा" (का. श्रौ. ५–३–११) इति वरुणप्रघासे रथमात्र्युत्तरा वेदिः श्रूयते, तन्निरूपणायाह – (अङ्गुलैरिति)

रथसम्मिताया वेदेः प्रमाणम् अङ्गुलैः कृत्वा । वक्ष्यामीति शेषः । रथकारशास्त्रेऽङ्गुलैरेव रथमानस्योक्तत्वात् ।

"रथमात्र्युत्तरा वेदिर्भवति" (का. श्रौ. ५–३–११) अशी श्रुती आहे. वरुण प्रघास पर्वाचे वेळी रथाच्या जोखडाच्या आकाराची उत्तरवेदी करावी असे शास्त्रात सांगितले आहे. त्याच्या स्पष्टीकरणासाठी सांगतात.

रथाकाराच्या शास्त्रात, अंगुलांनीच रथाची प्रमाणे सांगितली असल्यामुळे, रथाच्या आकाराच्या उत्तरवेदीचेप्रमाण अङ्गुलांत सांगतात.

तत्राष्टाशीतिशतमीषा ॥२॥

ईषा १८८ अंगुले असते.

क. भा. ईषा शब्देन पूर्वापरायामो लक्ष्यते ।

ईषा शब्द (उत्तरा वेदीची) पूर्व पश्चिम लांबी दाखविते.

म. भा. ईषा शब्देन रथंगतं पूर्वापरायतं काष्ठमुच्यते । तदष्टाशीत्यधिकमुङ्गुलशतमितं भवति । चतुरङ्गुलन्यूनाष्टहस्तप्रमितमित्यर्थः । तेन वेदेः पूर्वापरायाम एतावानिति भावः ।

रथामध्ये पूर्वेकडून पश्चिमेकडे जाणाऱ्या विशिष्ट लाकडाला ईषा म्हणतात. येथे ईषा शब्दाने वेदीची पूर्व पश्चिम लांबी दाखविली आहे. ती १८८ अंगुले आहे. म्हणजे ८ हातांत ४ अंगुले कमी.

चतुःशतमक्षः ॥३॥

रथाचा कणा १०४ अंगुलांचा.

म. भा. रथस्य पश्चाद्भागे तिर्यगायतं काष्ठशब्देनोच्यते । तच्चतुःशत चतुरधिकमंगुलशतमितमष्टांगुलाधिकं हस्तचतुष्टयमित्यर्थः । तेन वेदेः श्रोणिमानं तिर्यगायामश्चतुरधिकशतांगुलमित इति भावः ।

अनुक्रमणिका

रथाच्या पाश्चिमेला असलेल्या लाकडाला अक्ष म्हणतात. हे लाकूड १०४ अंगुले किंवा ४ हात अधिक ८ अंगुले लांबीचे असते. येथे अक्ष शब्दाने वेदीचा श्रोणिप्रदेश दाखविला जातो. या अक्षाच्या लांबीने उत्तर वेदीची दक्षिणोत्तर लांबी सुचविली आहे, ती ४ हात अधिक ८ अंगुले किंवा १०४अंगुले असते असा त्याचा अर्थ.

षडशीतियुगम् ॥४॥

८६ अंगुलांचे युग.

म. भा. वृषभस्कन्धोपरि दीयमानं काष्ठं युगं । तत्षडशीतिरङ्गुलानि दशांगुलोनाश्चत्वारो हस्ताः । तेन वेदेः प्राक्तिर्यगायामः षडशीत्यंगुल इति भावः ।

घोड्यांच्या खांद्यावर ठेवण्यात येणाऱ्या लाकडाला युग म्हणतात. ते ८६ अंगुले किंवा ४ हातांत १० अंगुले कमी इतक्या लांबीचे असते. येथे युग शब्दाने वेदीचा पूर्वभाग दाखवितात, त्यामुळे उत्तर वेदीच्या पूर्व भागाची लांबी ८६ अंगुले समजतात.

चत्वारोऽष्टकाः शम्या ॥५॥

३२ अंगुलांची शम्या.

म. भा. चत्वारोऽष्टका द्वात्रिंशदंगुलानि शम्यामानम् । युगच्छिद्रप्रवेशार्हं काष्ठं शम्या । साऽष्टांगुलाधिकहस्तमिता शम्या चात्वालमानं लक्षयति ।

चार अष्टके किंवा ३२ अंगुले हे शम्येचे माप. युग लाकडाच्या छिद्रात प्रवेश करण्यायोग्य लाकडाला शम्या म्हणतात. ते एका हातात ८ अंगुले ज्यास्त असते.

पैतृक्यां द्विपुरुषं समचुरस्त्रं कृत्वा करणीमध्ये शङ्कवः स समाधिः ॥६॥

पैतृकी वेदिमध्ये दोन पुरुष क्षेत्रफळाचा समचौरस तयार करून त्याच्या बाजूंच्या मध्यावर खुंट्या माराव्या. ही क्षेत्र मापनाची रीत होय.

या सूत्रांवर विद्याधर शर्मांनी फारच चांगले भाष्य केले आहे म्हणून ते दिले आहे.

वि. भा. पैतृक्यां = पितृमेधवेदौ विंशतिशताङ्गुलकपुरुषमितसमचतुरस्त्रस्य क्षेत्रस्य अक्षणयारज्ज्वा द्विपुरुषक्षेत्रफलकं समचतुरस्त्रं तिलन्यूनसप्ततिशताङ्गुलमितं कृत्वा तस्य पार्श्वमानीद्वय तिर्यङ्मानीद्वयरूपाणां दिक्चतुष्टयगतानां चतसृणां करणीनां मध्येषु शंकुचतुष्टयं दद्यात्, सूत्रचतुष्टयं चपातयेत्, तद्दिगतकोणकं पुरुषमात्रं समचतुरस्त्रं भवति । स समाधिः = क्षेत्रमापनमित्यर्थः । कथं दिक्स्राक्तिता स्यादित्याक्षेपे ह्येवं समाधानं भवतीत्यर्थः ।

अनुक्रमणिका

पैतृक्यात म्हणजे पितृमेधवेदीमध्ये १२० अंगुलाच्या किंवा एक पुरुष मापाच्या चौरस क्षेत्राच्या अक्षणया रज्जूने, म्हणजे १ तिल कमी अशी १७० अंगुले अशी ज्याची बाजू आहे असा चौरस तयार करावा. या समचौरसाचे क्षेत्रफळ २ वर्ग पुरुष होईल. त्या चौरसाच्या दोन पार्श्वमानीरूपी आणि दोन तिर्यङ्मानीरूपी, अशा चारी दिशांकडे असणाऱ्या चार बाजूंच्या मध्यावर चार खुंट्या ठोकाव्या. या खुंट्यांना जोडणाऱ्या रेषेने जो समचौरस तयार होतो त्याचे क्षेत्रफळ एक वर्ग पुरुष होते व त्या चौरसाचे कोन मुख्य दिशांकडे होतात. ही क्षेत्रमापनाची रीत. हा चौरस दिशांकडे कोन असलेला कसा होऊ शकेल या आक्षेपाचे समाधान वरील विवरणाने होते असा त्याचा अर्थ.

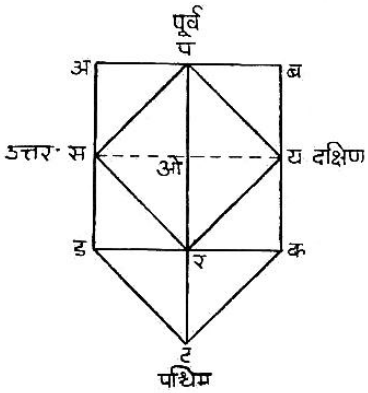
विंशतिशताङ्गुलः पुरुषः । पुरुषक्षेत्रफलकं चतुरस्त्रं १४,४०० अङ्गुलमिताभिः करणीभिर्निष्पद्यते । तस्य चतुरस्त्रस्य द्वे रेखे पार्श्वमानीशब्दाभिधेये, द्वे च तिर्यङ्मानीशब्दाभिधेये । मध्ये एका तिर्यग्दत्ता रज्जुः अक्षणया (कर्ण) शब्दाभिधेया । तत्प्रमाणया अक्षणया रज्ज्वा यच्चतुरस्त्रमुत्पद्यते तद् द्विपुरुषक्षेत्रफलकं भवति । तच्च चतुरस्त्रं दिक्कोणकं सम्पाद्यमिति ।

१२० अंगुलांचा एक पुरुष. एक पुरुष (१२० अंगुले ज्याची बाजू आहे) मापाच्या बाजूच्या चौरसाचे क्षेत्रफळ १४,४०० अंगुले भरते, त्या चौरसाच्या समोरासमोरच्या दोन बाजूंना पार्श्वमानी व दुसऱ्या दोन बाजूंना तिर्यङ्मानी म्हणतात. त्या चौरसाच्या मधोमध असलेल्या तिरप्या रेषेला अक्षणया म्हणतात. त्या अक्षणयेच्या प्रमाणानेतयार केलेल्या रज्जुमुळे जो चौरस तयारहोतो त्याचे क्षेत्रफळ दोन वर्ग पुरुष होते. अशा चौरसापासून दिशांकडे कोन असलेला चौरस तयार करावा.

कट = **डट** =१ पुरुष**डक** हा **कडट** या काटकोन त्रिकोणाचा कर्ण.

∴**अबकड** हा २ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचाचौरस आहे.

प, य, र, स हे वर दिलेल्याचौरसाच्या बाजूंचे मध्यबिंदू. हे मध्यबिंदू एकमेकांना जोडले असता **पयरस** हा चौरस तयार होतो व ह्या चौरसाचे क्षेत्रफळ १ वर्ग पुरुष होते (असे वर दिलेल्या सूत्रात सांगितले आहे) व या चौरसाचे कोन दिशांकडे होतात.



रचना :**पर** आणि **सय** हे बिंदू रेषेने जोडा. यामुळे **अबकड** या चौरसाचे चार भाग पडतील. ते चौरस असे:—

अनुक्रमणिका

□ **अबकड**= □ **अपओस** + □ **पबयओ** + □ **ओयकर** + □ **ओरडस.**

या प्रत्यक लहान चौरसाचे **पयरस** या चौरसाच्या बाजूंनी दोन समद्विभुज त्रिकोण तयार होतात. हे समद्विभुज त्रिकोणएकमेकांबरोबर आहेत.

□ **पयरस**= १/२ □ **अबकड**=१/२×२ वर्ग पुरुष.

=१ वर्ग पुरुष.

वरील रचना तयार करताना दोन महत्त्वाचे मुद्दे उपस्थित होतात ते असे:—

(१) ही रचना तयार करणाऱ्याला दोन वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेला चौरस कसा तयार करावा याच्या ज्ञानाची आवश्यकता.

(२) हे ज्ञान, जर पूर्ण असेल, तरच, त्याला दोन वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा चौरस तयार करून, त्या वरून एक वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा चौरस तयार करता येईल.

आता हे सूत्र व या सूंत्राप्रमाणे तयार झालेली आकृती ही एका महत्त्वाच्या प्रमेयाची निदर्शक आहे ते प्रमेय असेः (१) कोणत्याही चौरसाच्या कर्णावरील चौरसाचेक्षेत्रफळ, मूळचौरसाच्या क्षेत्रफळाच्या दुप्पट असते. किंवा एखाद्या चौरसाच्या क्षेत्रफळाच्या दुप्पट क्षेत्रफळ असलेला चौरस तयार करावयाचा झाल्यास, त्या मूळ चौरसाच्या कर्णाएवढी त्या नव्या चौरसाची बाजू करावी.

आता वरील आकृती पहा:—

पर हा **पयरस** या चौरसाचा कर्ण आहे, तसाच तो **पसर** किंवा **पयर** या समद्विभुज त्रिकोणांची अक्षणया किंवा कर्णिका आहे.

∴ □ **पर**= □ **अब**= □ **पस** + □ **सर.**

= २× □ **पयरस.**

यावरून **पर** हा **पयरस** या चौरसाचा कर्ण, **पयरस** या चौरसाच्या दुप्पट क्षेत्रफळ तयार करतो.

(१) या विवेचनावरून हे दिसून येते की, हे सूत्र व त्याची आकृती यांच्यामुळेच समभुज त्रिकोणातील कर्णिकेचा महत्त्वाचा सिद्धान्त, सूत्रकारांना प्रथम सुचला असावा.

(२) सूत्रकारांच्या नेहमीच्या रीतीला अनुसरून—म्हणजे आकृतीचे भाग पाडून (विभज्य) त्या वरून प्रमेय सिद्ध करणे—या रीतीने हे प्रमेय फारच सोप्या रीतीने सिद्ध होते. यामुळे मूळ सिद्धान्ताचे ज्ञान या पूर्वीच झाले नव्हते ना अशी शंका आल्यावाचून रहात नाही.

अनुक्रमणिका

करणी, तत्करणी, तिर्यङ्मानी, पार्श्वमान्यक्ष्णया चेति (पञ्च) रज्ञवः ॥७॥

करणी, तत्करणी, तिर्यङ्मानी, पार्श्वमानी व अक्ष्णया या पाच प्रकारच्या दोऱ्या होत.

क. भा. रज्जूनामेताः संज्ञाः । तत्र करणी नाम यथा क्षेत्रं परिच्छिद्यते । यथा तद्यान्यच्च क्षेत्रं परिच्छिद्यते सा तत्करणी । तिर्यङ्मानी या दीर्घचतुरस्यस्य ऱ्हस्वा ।

ही (मापावयाच्या) दोऱ्यांची नावे आहेत. ज्या दोरीच्या योगाने क्षेत्र तयार होते ती करणी. ज्या दोरीमुळे दुसरे क्षेत्र तयार होते ती तत्करणी. आयताची आखूड बाजू ती तिर्यङ्मानी.

पार्श्वमानी तस्यैव दीर्घा । अक्ष्णया संज्ञा कर्णजरज्जुः कोण तिर्यक्कोणमुपगता साक्ष्णया संज्ञा ।

आणि त्या आयताची लांब बाजू ती पार्श्वमानी. तिरप्या कोणापासून निघालेली व दोन्ही कोनांना जोडणारी तिला अक्ष्णया असे म्हणतात.

म. भा. ग्रन्थे व्यवहारार्थं पञ्चरज्जूसंज्ञा आह (करणीति)

करणी, तत्करणी, तिर्यङ्मानी पार्श्वमानी अक्ष्णया, एताः पञ्च रज्जूनां संज्ञाः । तत्र क्रियते क्षेत्रपरिच्छेदोऽनयेति करणी प्राचीसूत्ररूपा मध्यरज्जुः । तत्क्षेत्रं द्वैगुण्यादि क्रियतेऽनया सा तत्करणी, द्विकरणी, त्रिकरणी, चतुःकरण्यादिः तिर्यक् श्रोण्यंसस्वरूपं मीयतेऽनयेति सा तिर्यङ्मानी, प्राचीसूत्रान्तयोस्तिर्यग्वर्तमानं रज्जुद्वयम् । पार्श्वे मीयतेऽनया सा पार्श्वमानी, पार्श्वयोर्वर्त्तमानं पूर्वापरायतं रज्जुद्वयम् ।अक्षिवत् क्षेत्रं नयतीत्यक्ष्णया, कोणसूत्रभूता मध्यरज्जुः । तस्यां दत्तायां चतुरस्रामक्षिद्वयसदृशं भवति । तयोऽक्ष्णयेति कोणसूत्ररज्जुः ।

आता ग्रंथात व्यवहारात येणाऱ्या पाच दोऱ्यांची नावे सांगतात.

करणी, तत्करणी, तिर्यङ्मानी, पार्श्वमानी व अक्ष्णया ही त्या पाच दोऱ्यांची नावे आहेत. ज्या दोरीच्या योगाने क्षेत्र तयार केले जाते ती करणी. पूर्व पश्चिम बाजू दाखवणारी मधोमध असलेली दोरी, ज्या दोरीने क्षेत्राची दुप्पट करता येते त्या दोरीला तत्करणी असे म्हणतात. तिलाच द्विकरणी, त्रिकरणी, चतुःकरणी असेही म्हणतात. श्रोणींची व अंसाची बाजू ज्या दोरीने मापतात ती तिर्यङ्मानी. पूर्व पश्चिम दोरीच्या दोन्ही टोकांकडे असणाऱ्या आडव्या दोऱ्या. (माप मोजणाऱ्या दोन दोऱ्या). पूर्व पश्चिम बाजू मापणाऱ्या दोन दोऱ्या त्या पार्श्वमानी; ज्या दोरीमुळे (चौरस) दोन डोळ्यांप्रमाणे विभागला जातोती अक्ष्णया. दोन्ही कोन जोडणारी मधोमध असलेली दोरी, आणि म्हणून कोनांना जोडणाऱ्या दोरीला अक्ष्णया म्हणतात.

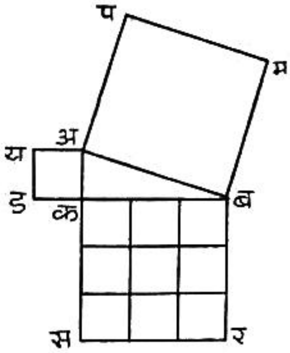
पदं तिर्यङ्मानी त्रिपदा पार्श्वमानी तस्याक्ष्णया रज्जुर्दशकरणी ॥८॥

तिर्यङ्मानी एक पद व पार्श्वमानी तीन पदे असेल तर त्याची अक्ष्णया दोरी दहा पदे क्षेत्रफळ असलेल्या चौरसाची करणी (बाजू) होते.

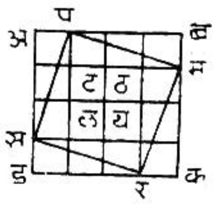
अनुक्रमणिका

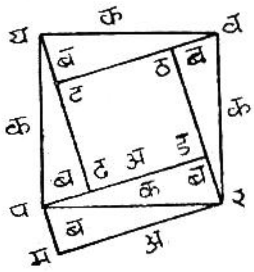
एवं द्विपदा तिर्यङ्मानी, षटपदा पार्श्वमानी तस्याक्ष्णयारज्जुश्चत्वारिंशत्करणी ॥९॥

तिर्यङ्मानी दोन पदे व पार्श्वमानी सहा पदे असेल तर त्याची अक्ष्णया दोरी चाळीस पदे क्षेत्रफळ असलेल्या चौरसाची बाजू होते.



आ. १


आ. २


आ. ३

(अ) आकृती १ :**अकब** हा काटकोन त्रिकोण आहे.
यात **अक**= १ पद;**बक**= ३ पदे.

आणि म्हणून काटकोन त्रिकोणाची कर्णिका **अव** ही १० वर्ग पदे क्षेत्रफळ तयार करील. हे वरील आकृती १ वरून स्पष्ट आहे.

(आ) आकृती २ : **अबकड** या चौरसाच्या चारी बाजूंचे चार भाग करून ते समोरासमोर जोडल्यामुळे, त्या **अबकड** चौरसात १६ लहान चौरस तयार होतात. त्या प्रत्येक लहान चौरसाचे क्षेत्रफळ १ वर्ग पद आहे.

□ **पमरस**= ∆ **पमट** + ∆ **मठर** + ∆ **यरस** + ∆ **पसल** + □ **टठयल.**

प्रत्येक त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ= १/२ X ३/१ X १/१ = ३/२ वर्ग पदे.

आणि □ **रठयल**= ४ वर्गपदे.

∴ □ **पमरस**= ४ X ३/२ + ४ = ६ + ४ = १० वर्ग पदे.

रडस या काटकोन त्रिकोणाच्या **रस** या कर्णिकेवर **पमरल** हा चौरस तयार होतो. त्या त्रिकोणाची एक बाजू =**सड**= १ पद व दुसरी बाजू **रड**= ३ पदे.

∴ काटकोन त्रिकोणाच्या दोन्ही बाजूवर तयार होणाऱ्या चौरसांची बेरीज त्याच्या कर्णिकेवर तयार होणाल्या चौरसाबरोबर होते हे सिद्ध होते.

अनुक्रमणिका

आकृती ३ :**पसर** हा एक काटकोन त्रिकोण आहे.

त्यात **पस= ब; रस= अ** आणि **पर=क=** कर्णिका.

□ **परवय** हा **पर** या कर्णिकेवरील चौरस =**क**^{२}**.**

∴**क**^{२}= Δ **परड** + Δ **वरड** + Δ **यवट** + Δ **पढय** +□ **टठडढ.**

प्रत्येक त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ = १/२ अ X ब.

□ **टठडढ** चे क्षेत्रफळ = (अ – ब)^{२}.

∴**रप**^{२}=**पस**^{२} + **रस**^{२}.∴ क^{२} = ४ X१/२ अ X ब +(अ – ब)^{२}.

∴ २**अब** + **अ**^{२}– २**अब** + **ब**^{२}= अ^{२} + **ब**^{२}·

अ= ३ पदे व **ब**= १ पद अशी किंमत धरल्यास,

क^{२}=**अ**^{२} + **ब**^{२}= ३^{२} + १^{२}= ९+१ = १० वर्ग पदे.

याप्रमाणे वरील तिन्ही आकृत्यांत कर्णिकेच्या वर्गाबरोबर १० वर्ग पदे होतात. आता याच काटकोन त्रिकोणांच्या दोन्ही बाजूंची किंमत पुढीलप्रमाणे घेतल्यास अ = ६ पदे व **ब**= २ पदे (का. शु. २–९ यात सांगितल्याप्रमाणे)

क^{२}=**अ**^{२} + **ब**^{२}= ६^{२} + २^{२}= ३६+४ = ४० वर्ग पदे येतील.

काटकोन त्रिकोणाच्या दोन्ही बाजूंवर तयार होणाऱ्या चौरसांची (क्षेत्रफळाची) बेरीज त्याच्या कर्णिकेवर तयार होणाऱ्या चौरसांबरोबर (क्षेत्रफळांबरोबर) होते. हो या वरील सिद्धांताचे दुसरे उत्तम उदाहरण आहे.

वरील दोन्ही उदाहरणे ही काटकोन त्रिकोणाची असून, त्यात आयत अगर चौरस यांचा मुळीच उल्लेख नाही. या दोन्ही सूत्रांत अक्ष्णया शब्दाचा उल्लेख आलेला असल्यामुळे, हे दोन्ही काटकोन त्रिकोण आहेत याबद्दल मुळीच शंका नाही.

उपदिष्टं युगप्रमाणं शम्याप्रमाणं च दर्शनात् ॥१०॥

युग व शम्या ही प्रमाणे (याच अध्यायात सूत्र ४ व ५) सांगितली आहेत. कारण त्या प्रमाणाच्या वेदीचा श्रुतीत उल्लेख आहे.

अनुक्रमणिका

क. भा. युगप्रमाणशम्याप्रमाणे उत्तरवेदिप्रमाणदर्शनात् उपदिष्टे एव ।

उत्तरवेदीचे प्रमाण युग आणि शम्या असावे असे श्रुतीत सांगितले आहे.

विद्याधर शर्माः— सोमे चयने च युगमात्री उत्तरवेदिः श्रूयते, शम्यामात्री च वरुणप्रघासे ।

सोमयागात उत्तरवेदी युग मापाची व वरुण प्रघासात शम्या मापाची असते.

उत्तरवेदिः षड्विधा—शम्यामात्री, वितृतीया, अपरिमिता, युगमात्री, दशपदा चत्वारिंशत्पदा चेति । तत्रान्त्ये वेदी उक्ते । वितृतीया चोत्तरवेदिर्वेदेः क्षेत्रफल तृतीयांशेन भवति । अपरिमिता च "अपरिमितं प्रमाणाद् भूयः" (का. शु. १—२३) इत्यनेनावगता । शम्यामात्री युगमात्री चेत्यवशिष्टं वेदिद्वयप्रमाणं "षडशीतिर्युगम्, चत्वारोऽष्टका शम्या" (का. शु. २-४-५) इति सूत्राभ्यां रथमात्रीवेदीप्रसङ्ग एवोक्तम् ।

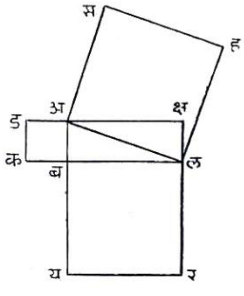
उत्तरवेदी ६ प्रकारच्याः— शम्यामात्री, वितृतीया, अपरिमिता, युगमात्री, दशपदा आणि चत्वारिंशत्पदा. यापैकी शेवटच्या दोन वेदींची मापे सांगितली. वितृतीया उत्तरवेदी—वेदीच्या क्षेत्रफळाच्या १/३ क्षेत्रफळाबरोबर असते. अपरिमिता "अपरिमितं प्रमाणाद् भूयः" (का. शु. १ —२३) या सूत्राने समजावून सांगितली. सोमचयनात युगमात्री व वरुणप्रघासात शम्यामात्री वेदी सांगितली. यांची मापे (का. शु. २—४—५) या सूत्रात सांगितली आहेत.

दीर्घचतुरस्रस्याक्ष्णया रज्जुस्तिर्यङ्मानी पार्श्वमानी च यत्पृथग्भूते कुरुतस्तदुभयं करोतीति क्षेत्रज्ञानम् ॥११॥

आयताची तिर्यङ्मानी व पार्श्वमानी यांनी पृथकपणे केलेल्या चौरसांचे जे क्षेत्रफळ, त्या दोहोंच्या बेरजेइतके क्षेत्रफळ, त्या आयताच्या अक्ष्णया दोरीने केलेल्या चौरसाच्या क्षेत्रफळांबरोबर होते. हीच ती क्षेत्रमापनाची रीत.

क. भा. प्रमाणद्वयायामदीर्घचतुरस्रं यत्क्षेत्रं तस्याक्ष्णया रज्जुस्तिर्यङ्मानी पार्श्वमानी च यत्पृथक्कुर्वीत तदुभयमपि सङ्क्षिपति उभयं क्षेत्रद्वयं क्षेत्रज्ञानं भूप्रदेशपरिच्छेदकम् ।

दीर्घ चौरसाची तिर्यङ्मानी व पार्श्वमानी यांच्या मापाने आखलेल्या दोन स्वतंत्र चौरसांचे जे क्षेत्र, त्या दोन क्षेत्रांच्या बेरजेएवढे क्षेत्र, अक्ष्णया दोरी (स्वतःवर आखलेल्या चौरसाच्या रूपाने) एकत्र करते. हेच ते क्षेत्रज्ञान.



अनुक्रमणिका

अबलक्ष हा एक आयत.

अब आणि **बल** या त्या आयताच्या दोन असमान बाजू. आयताचे सर्व कोन काटकोन.

अब=क्षल= पार्श्वमानी.

अक्ष=बल= तिर्यङ्मानी.

अल= अक्ष्णया किंवा कर्णिका.

ह्या सूत्रात असे सांगितले आहे की:-

अल या आयतामधील कर्णिकेमुळे जो चौरस तयार होतो, त्याचे क्षेत्रफळ हे **अब** व **बल** या दोन बाजूंवर तयार होणाऱ्या चौरसांच्या क्षेत्रफळांच्याबेरजेबरोबर तयार होते.

थोडक्यात हीच कर्णिकेवरील सिद्धांताची व्याख्या होय. हा सिद्धांत हल्ली पायथॅगोरसचे नावाने ओळखला जातो.

तो सिद्धांत असा आहे: काटकोन त्रिकोणातील कर्णिकेमुळे जेवढे क्षेत्र तयार होते, तेवढे क्षेत्र त्या त्रिकोणातील उरलेल्या दोन बाजूंवर होणाऱ्या क्षेत्रांच्या बेरजेबरोबर होते. (या दोन बाजूंमधील अंतर्गत कोन हा काटकोन असतो).

समचतुरस्त्रस्याक्ष्णया रज्जुर्द्विकरणी ॥१२॥

समचौरसांमधील कर्णिकेमुळे तयार होणारे क्षेत्रफळ, हे नेहमी चौरसाचे बाजूवरील क्षेत्रफळाचे दुप्पट असते.

(१) चौरसाच्या बाजू सारख्या व अंतर्गत कोन काटकोन असतात.

अल=बफ= पार्श्वमानी = पूर्वपश्चिम बाजू.

अफ=बल= तिर्यङ्मानी = उत्तर दक्षिण बाजू.

अब= कर्णिका किंवा अक्ष्णया.

या सूत्रात असे सांगितले आहे की :-

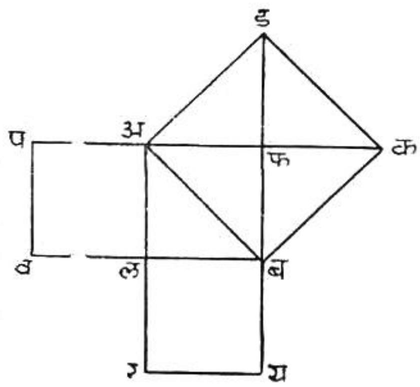
$अब^{२}=अल^{२}+लब^{२}=२अल^{२}$.

∵अल=बल.

□ अबकड= □ अलवप + □ बयरल= २ □ अलवप

∵ $अब^{२}=२\ अल^{२}$ ∴ $अब=\sqrt{२}\times$अल.

अनुक्रमणिका



(२) **अफबल** या चौरसाच्या **अब** या कर्णामुळे, त्या चौरसाचे, Δ**अफब** व Δ**अलव** असे दोन भाग पडतात. हे दोन्ही समभुज त्रिकोण असून ते समान आहेत. त्याचप्रमाणे **अब** या कर्णावरील, **अबकड** या चौरसाचे त्याच्या **अक** आणि **बड** या कर्णामुळे, चार समान समद्विभुजत्रिकोणी भाग पडतात.

हे सर्व समद्विभुज त्रिकोण **अब** या कर्णामुळे, किंवा **अक** आणि **वड** या कर्णामुळे असोत, ते सर्व एकमेकांबरोबर आहेत.

□ **अबकड**= ४ Δ **अफब**= २ Δ **अलव** + २ Δ **बलर**

= □ **अलवप** + □ **बयरल.**

= २ □ **अलवप.**

अब या कर्णावर होणारे**अबकड** हे चौरस क्षेत्र, **अल** या **अफबल** चौरसाच्या बाजूच्या क्षेत्राच्या दुप्पट होते.

हे मागील सूत्रात सांगितलेल्या सामान्य सिद्धांताचे दुसरे स्वरूप आहे.

करणीं तृतीयेन वर्धयेत्तच्च स्वचतुर्थेनात्मचतुस्त्रिंशोनेन सविशेष इति विशेषः ॥१३॥

करणी १/३ ने वाढवावी. व तो (तिसरा भाग) त्याच्या १/३४ ने कमी केलेल्या १/४ ने वाढवावा. हा करणी व द्विकरणी यांतील फरक. हा द्विकरणी ठरविण्याचा निराळा प्रकार.

क. भा. तृतीयविभागाधिकां करणीं कुर्यात् । तच्च स्वतृतीयं स्वचतुर्थेन सह तच्चतुर्थं स्वचतुस्त्रिंशोनेन आत्मचतुस्त्रिंशविभागोनेन वर्धयेदयमपरो विशेषो द्विकरणीप्रमाणे । सा तु द्विकरणी ।

करणी म्हणजे क्षेत्राची लांबी (चौरसाची बाजू) तिसऱ्या भागाने वाढवावी. आणि तो तिसरा भाग, त्याच्याच चवथ्या भागाने, परंतु तो चवथा भाग त्याच्याच १/३४ भागाने कमी, अशा रीतीने वाढवावा. हा द्विकरणीच्या मापाचा दुसरा प्रकार. हीच ती द्विकरणी.

उदाहरण:— एक हात समचौरसाची बाजू २४ अंगुले. ती १/३ ने वाढवावी.

अनुक्रमणिका

२४/३ = ८ अंगुले. ८ अंगुलांचा १/४ = २ अंगुले. २ अंगुलांचा १/३४. यामुळे

२४ + ८ = ३२ + २ – २ X १/३४ = ३४ – १/१७ = ३४ – थोडे कमी.

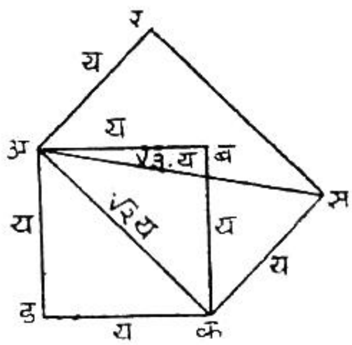
√२ = अ + अ/३ + अ/३ X ४ – अ/३X ४ X ३४. (**अ**=चौरसाची बाजू.)

प्रमाणं तिर्यग् द्विकरण्यायामस्तस्याक्ष्णयारज्जुस्त्रिकरणी ॥१४॥

प्रमाण (म्हणजे नियत क्षेत्राची करणी किंवा बाजू) ही तिर्यङ्मानी समजून, त्याची द्विकरणी ही पार्श्वमानी केली असता, त्या क्षेत्राची कर्णदोरी त्रिकरणी होते.

क. भा. द्विकरण्युक्ता, त्रिकरणी वक्तव्या सोच्यते । यत्प्रमाणं द्विगुणं कर्त्तुमिच्छति तदेव प्रमाणं तिर्यग्भवत्यायामस्तु द्विकरण्याः । अस्य क्षेत्रस्य साक्ष्णयारज्जुस्त्रिकरणी । त्रीणि क्षेत्राणि साङ्क्षिपतीत्यर्थः ।

द्विकरणी सांगितली आता त्रिकरणी सांगावयाची आहे म्हणून म्हणतात. ज्या प्रमाणाची दुप्पट करावयाची ठरविली, तेच प्रमाण तिर्यङ्मानी म्हणून घ्यावे. आणि रुंदी म्हणून किंवा पार्श्वमानी त्या प्रमाणाची द्विकरणी घ्यावी. अशा क्षेत्राची अक्ष्णया दोरी त्रिकरणी होते. म्हणजे तीन क्षेत्रे एकत्र करणारी होते असा त्याचा अर्थ.



अबकड हा एक चौरस.

या चौरसाच्या चारी बाजू समान व अंतर्गत कोन काटकोन.

अड=अब=य.

अक=√२ य.

अर=सक=य करून **अकसर** हा आयत तयार करा.

∴अस^{२}=अक^{२} + कस^{२}

= (√२ य)^{२} + य^{२}= २य^{२}+ य^{२}= ३य^{२}.

∴**अस=√३ य.**

अनुक्रमणिका

कोणत्याही आयताच्या कर्णाचे क्षेत्रफळ, त्या आयताच्या भुजा **य** व **√२·य** या गुणोत्तरात असतील, त्या वेळी, त्या आयताच्या **य** मापाच्या भुजेमुळे होणाऱ्या क्षेत्रफळाच्या (चौरसाच्या), तिप्पट होईल.

ही त्रिकरणीची रचना करताना कर्णिकेच्या सिद्धांताचा आधार अगदी उघड उघड घेतलेला दिसतो. या त्रिकरणीचा उपयोग (१) अश्वमेध वेदी व (२) सौत्रामणी वेदी यांच्या रचनेसाठी होतो.

तृतीयकरण्यतेन व्याख्याता ॥१५॥

यानेच तृतीयकरणी कशी करावी हे पण सांगितले.

क. भा. अस्याः प्रयोजनमाह – (तृतीयेति)

सौत्रामण्यामुक्तम् – "प्रक्रमतृतीयेनावृत्तेन" (का. श्रौ. १९-२-२) इति ।प्रक्रमतृतीयं च न प्रक्रमत्रिभागः । किं तर्हि प्रक्रमतृतीयकरणी रज्जुरुच्यते । सेयं तृतीयकरणी यया वेदेस्तृतीयो विभागः सङ्क्षिप्यते । एवं हि श्रूयते – "वितृतीये यजेत्, वितृतीयो यज्ञस्य सौत्रामणि इति ।

याने म्हणजे त्रिकरणी सांगण्याने तृतीय करणीची देखील व्याख्या सांगितली असे सांगण्याचे कारण काय?

सौत्रामणीमध्ये "प्रक्रमतृतीयेनावृत्तेन" (का. श्रौ. १९-२-२) असे सांगितले आहे. तेथे प्रक्रमाचा तिसरा भाग प्रक्रमतृतीय होत नाही. परंतु जी करणी प्रक्रम क्षेत्राच्या तृतीयांशाबरोबर समचौरस करते, ती प्रक्रमतृतीय शब्दाने सांगितली जाते, तीच तृतीय करणी. "वितृतीये यजेत्" "वितृतीयो यज्ञस्य सौत्रामणी" असे श्रुतीत सांगितले आहे. (तेथे प्रक्रम म्हणून कल्पिलेल्या त्या तृतीय करणीने जी

वेदी मापली जाईल ती क्षेत्रफळाने सोमवेदीच्या १/३ एवढी होईल.

प्रमाण विभागस्तु नवधा ॥१६॥

प्रमाणाचे ९ भाग करावे.

क. भा. कथं चेयं वितृतीयकरणी भवतीति तदाह –

प्रक्रमप्रमाणभागो नवधा ।

ती वितृतीयकरणी कशी होते असे म्हणून, सांगतात.

प्रक्रम प्रमाणाचे ९ भाग करावे.

म. भा. एवं त्रिकरणीकथनेन कथंतृतीयकरणी व्याख्यातेति स्पष्टयितुमाह– (प्रमाणेति)

अनुक्रमणिका

प्रमाणस्य प्रक्रमरूपस्य विभागो विभजनं नवधा विधेयं द्वादशाङ्गुलपदम् । त्रिपद प्रक्रमप्रमितया रज्ज्वा क्षेत्रं चतुरस्त्रीकृत्य तत्र तिर्यङ्मान्यौ पार्श्वमान्यौ च त्रेधा विभज्य पूर्वापरायतं सूत्रद्वयं दक्षिणोत्तरायतं सूत्रद्वयं दद्यात् । एवं नवधा भागो भवति, एकैको भागः पद पद क्षेत्रफलकः स्यात् ।

या प्रमाणे त्रिकरणी सांगितल्यामुळे तृतीय करणीची पण व्याख्या सांगितली हे कसे हे स्पष्ट करण्याकरता सांगतात.

प्रमाणाचे म्हणजे प्रक्रमाचे ९ भाग करावे. १२ अंगुल = पद आणि ३ पदे = प्रक्रम. या ३ पदांच्या प्रक्रम मापाने (दोरीने) चौरस क्षेत्र तयार करावे. नंतर त्याच्या चारी भुजांचे ३ भाग करून ते पूर्व पश्चिम व दक्षिण उत्तर असे जोडावे. याप्रमाणे या चौरसाचे ९ भाग होतील व प्रत्येक भाग १ वर्ग पद क्षेत्रफळाचा होईल.

करणीतृतीयं नवभागः ॥१७॥

करणीच्या १/३भागाने ९ भाग होतात.

क. भा. करणीतृतीयेन नवमो भागः सङिःक्षप्यते ।

करणीच्या तिसऱ्या भागाने नववा भाग तयार होतो.

म. भा. करण्याः प्रक्रमरूपायास्तृतीयं तृतीयो भागः पदरूपः करणी भूय चतुरस्त्रं कुर्वन् नवभागो भवति नवमं भागं पदं सङिःक्षपतीत्यर्थः ।

प्रक्रमरूपी करणीचा तिसरा भाग हा पदमापाचा होतो. ह्या प्रक्रम मापाच्या करणीच्या मापाने चौरस केला असता त्या चौरसाचे एकंदर ९ भाग होतात व हा नववा भाग एक पद मापाचा (चौरस) होतो.

नव भागास्त्रयस्तृतीयकरणी ॥१८॥

नऊ भागांतील तीन भाग (म्हणजे) तृतीय करणी (होय).

क. भा. प्रक्रमक्षेत्रस्य त्रिभिर्नवभागैस्तृतीयो विभागः संक्षिप्यते । अतश्च तृतीय करणी।

प्रक्रम क्षेत्राच्या ९ भागांपैकी ३ भागांनी, त्या क्षेत्राचा तिसरा भाग तयार होतो. आणि म्हणून तिला (त्या तीन भागांना) तृतीय करणी म्हणतात.

म. भा. प्रक्रमरूपकरणीकृतस्य समचतुरस्त्रस्य ये त्रयो नव भागाः सा तृतीयकरणी । सा चैवं कार्या । पदमिनया करण्या समचतुरस्त्रं कृत्वा तत्कर्णसूत्रं पदद्विकरणीरूपं पार्श्वमानीं कृत्वा पदमितकरणीमेव तिर्यङ्मानी विधाय ताभ्यां दीर्घचतुरस्त्रे कृते तत्कर्णरज्जुः तृतीयकरणी सा च करणीभूय यत्समचतुरस्त्रं कुर्यात्तत्र त्रयो नवभागाः संक्षिप्यन्ते ।

अनुक्रमणिका

प्रक्रमरूपकरणीने तयार केलेल्या समचौरसाच्या ९ भागांपैकी जे ३ भाग तीच तृतीय करणी. ती अशी तयार करावी. पद मापाच्या बाजूने समचौरस तयार करावा. ह्या चौरसाची कर्णिका ती पदमापाच्या क्षेत्राच्या दुप्पट क्षेत्र तयार करणारी होते. ही कर्णिका पार्श्वमानी करून, पदमापाची बाजू तिर्यङ्मानी करावी. याप्रमाणे तयार झालेल्या आयताची कर्ण दोरी ही तृतीयकरणी होते. या तृतीयकरणीने तयार केलेल्या चौरसांमुळे ९ भागांपैकी३ भाग एकत्र होतात.

सौत्रामण्यां प्रक्रमार्था ॥१९॥

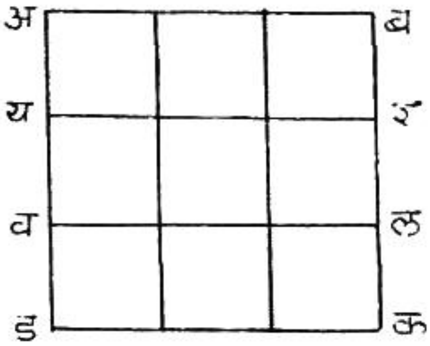
सौत्रामणीयागातील प्रक्रम मापाची माहिती होण्याकरिता (तृतीय करणी) सांगितली.

तृतीयकरणी समासार्था ॥२०॥

प्रक्रमाच्या ९ भागांपैकी३ भाग एकत्र करण्याकरिता तृतीय करणी (सांगितली आहे).

क. भा. त्रिकरणी पुनर्नवविभागास्त्रयः समासार्थाः । तैर्हि समासैः प्रक्रमपरिच्छिन्न क्षेत्रस्य तृतीयो विभागो लभ्यते । अतश्चात्र प्रक्रमनवभागत्रयकरण्येव प्रक्रमः ।

९ भागांतील३ भाग एकत्र करण्यासाठी तृतीय करणी सांगितली. त्या एकीकरणामुळेच प्रक्रमाने मापलेल्या क्षेत्राचा (९ भागांचा) तिसरा भाग मिळतो; म्हणून ती त्रिकरणी. त्रिपद प्रक्रमाची तृतीय करणी पण होते. म्हणजे ९ भाग एकत्र करणारी ती त्रिकरणी व त्या ९ भागांतील३ भाग एकत्र करणारी तीतृतीय करणी व हीच करणी ९ भागांपैकी३ भागामुळे, १/३ क्षेत्रफळ तयार करते म्हणून त्रिपद प्रक्रमाची तृतीय करणी होऊन सौत्रामणी यागात प्रक्रम माप बनते.



अबकड हा एक चौरस.

त्याची एक भुजा =**अब**= प्रक्रम = ३ पदे.

ह्या चौरसाच्या चारी भुजांचे ३ भाग करून एकमेकांना जोडा. यामुळे **अबकड**या चौरसाचे ९ सारखे भाग होतील.

अबकड या चौरसाचे क्षेत्रफळ = १ वर्ग प्रक्रम = ९ वर्ग पदे.

अनुक्रमणिका

∴ लहान चौरसाचे क्षेत्रफळ = १/९ वर्ग प्रक्रम = १ वर्ग पद.

लहान ३ चौरसांचे (**लवडक**) क्षेत्रफळ =**कड**X**लक**= १/३ प्रक्रम X १ प्रक्रम

= १ पद X ३ पदे = ३ वर्ग पदे.

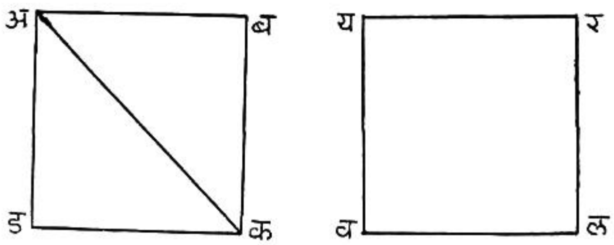
वरील सूत्राप्रमाणे, या लहान ३ चौरसांबरोबर तयार होणाऱ्या समचौरसाची भुजा (नवीन) प्रक्रमाबरोबर होते. या नवीन प्रक्रम मापाचा उपयोग सौत्रामणी वेदीची रचना करताना होतो. ह्या वेदीचा आकार महावेदीसारखाच असून, या वेदीचे क्षेत्रफळ महावेदीच्या क्षत्रफळाच्या १/३ भरते.

प्रक्रम मापः— प्रक्रम हे पुरुष मापाप्रमाणेच लांबी मापण्याचे माप आहे. अग्निहोत्र ग्रहण करण्याचे वेळी, या प्रक्रम मापाची लांबी १ पद, सौमिकात २ पदे व सौत्रामणी यागाचे वेळीयाच मापाची लांबी ३ पदे सांगितली आहे.

तुल्य प्रमाणानां समचतुरस्त्राणामुक्तः समासः ॥२१॥

सारख्या मापांच्या समचौरसांचे एकीकरण सांगितले.

अबकड व **यरलव** हे दोन सारख्या मापांचे चौरस आहेत.



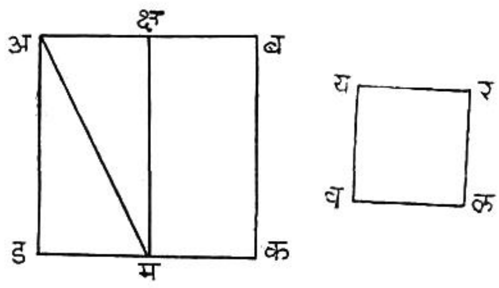
या दोन चौरसांबरोबर एक चौरस करावयाचा झाल्यास, तो त्यांतील एका चौरसाच्या कर्णिकेने होतो. हे वर सांगितलेल्या सूत्र १२ ने स्पष्ट केले आहे. थोडक्यात एका चौरसाची अक्ष्णया (द्विकरणी) त्या दोन्ही चौरसांना एकत्र करते.

अबकड या चौरसाची **अक** ही अक्ष्णया, **अबकड** व **यरलव** ह्या समचौरसांचे क्षेत्रफळ, त्या अक्ष्णयेवर होणाऱ्या समचौरसाचे क्षेत्रफळांबरोबर होईल.

नानाप्रमाणसमासे ऱ्हसीयसः करण्या वर्षीयसोपच्छिन्द्यात्तस्याक्ष्णया रज्जुरुभे समस्यतीति समासः ॥२२॥

निरनिराळ्या मापांच्या (चौरसांच्या) एकीकरणाचे वेळी लहान चौरसाच्या बाजूने, मोठ्या चौरसाच्या समोरासमोरील बाजू कापाव्या. व ते बिंदू एकमेकांना जोडावे. यामुळे जो आयत तयार होईल

त्या आयताची अक्ष्णया ही चौरसाची बाजू केली असता, त्या दोन भिन्न मापांच्या चौरसांचे एकीकरण होते. ही दोन भिन्न मापांच्या चौरसांच्या एकीकरणाची रीत होय.

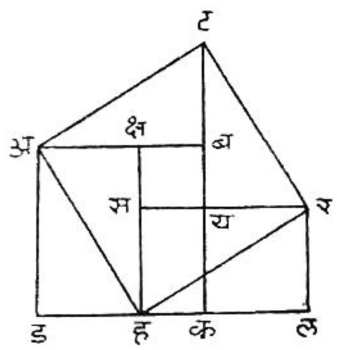


अबकड= मोठा चौरस.   **यरलव**= लहान चौरस.

या दोन चौरसांबरोबर एक चौरस तयार करावयाचा.

यर या लहान चौरसाच्या **(यरलव)** बाजूने, **अब** व **डक** या मोठ्या चौरसांच्या बाजू **क्ष** व **म** या ठिकाणी छेदा. यामुळे **अम** हा **अक्षमड** या आयताचा कर्ण जे क्षेत्रफळ तयार करील ते **अड** आणि **मड** या दोन्ही बाजंवरील चौरसांमुळे होणाऱ्या क्षेत्रफळांच्या बेरजेबरोबर होईल. (पृष्ठ ३२ वरील आकृती पहा).

रीत २ री : (खालील आकृती पहा).



अबकड= मोठा चौरस.

यरलक= लहान चौरस.

□ **अबकड** आणि □ **यरलव** या दोन चौरसांबरोबर चौरस तयार करावयाचा.

अक्ष = डह = यर = ठ

अड^2 + डह^2 = अह^2 = अड^2 +ठ.

अहरट हा **अह** या कर्णावरील चौरस.

अनुक्रमणिका

$\therefore\square$ अबकड $+\square$ यरलक $=\square$ अटरह.

Δ अडह $+$ Δ अक्षह $+\Delta$ सरह $+\Delta$ रलह $+\square$ यसक्षब $=\square$अटरह.

Δ अडह $=\Delta$ अबट $=\Delta$ टयर $=\Delta$ रसह $+\square$ यसक्षब $=\square$ अटरह.

$\therefore$अड^२ $+$ डह^२ $=$ अह^२ $=$ अड^२ $+$ठ^२.

(१) दोन समचौरसांचे एकीकरण कसे करावे हे द्विकरणी कशी करावी (का. शु. २-१२) या सूत्राने पूर्वीच सांगितले आहे.

(२) भिन्न प्रमाणाच्या चौरसांचे एकीकरण कसे करावे हे (का. शु. २–११) या सूत्रात सांगितले असून, येथे ते निराळ्या रीतीने सिद्ध केले आहे. त्रिकरणी (का. शु. २–१४) हे त्याचेच उदाहरण होय.

*****

अनुक्रमणिका

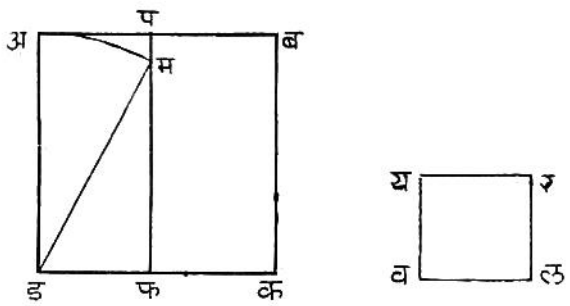
अध्याय तिसरा

चतुरस्राच्चतुरस्रं निर्जिहीर्षन्यावन्निर्जिहीर्षेत्तावदुभयतोऽपच्छिद्य शङ्कू निखाय पार्श्वमानीं कृत्वा पार्श्वमानीसम्मितामक्ष्णयां तत्रोपसंहरति, स समासेऽपच्छेदः, सा करण्येष निर्ऱ्हासः ॥१॥

निर्जिहीर्षन् = वेगळा करावयाचा झाल्यास = वजा करावयाचा झाल्यास. मोठ्या चौरसातून लहान चौरस वजा करावयाचा झाल्यास, जो चौरस वजा करावयाचा, त्याच्या बाजने मोठ्या चौरसाच्या (समोरासमोरील) दोन्ही बाजू कापून त्या ठिकाणी खुंट्या रोवाव्या. या दोन खुंट्यांना जोडणारी रेषा, तिला पार्श्वमानी करून, पार्श्वमानीच्या मापाच्या अक्ष्णयेने, आयताची बाजू कापली असता, ती वजा करून उरलेल्या चौरसाची करणी (बाजू) होते.

क. भा. इदानीं र्ऱ्हासकरणायोपन्यासः । महत्प्रमाणाच्चतुरस्रात्क्षेत्रात्लघुप्रमाणं निर्जिहीर्षन्निर्हर्तुमिच्छन्निपतनं कर्तुमिच्छन्नित्यर्थः । यावन्निर्जिहीर्षेन्निर्हर्तुमिच्छेत्तावन्महता क्षेत्रस्योभयतोऽपच्छिद्य शङ्कू निखनेच्छङ्कुसम्मितां च पार्श्वमानीं कृत्वोत्तरपार्श्वे पार्श्वमानीता प्रत्यक्ष्णया यथा भवति तथोपसंहरेत् सम्पातयेत् तत्रापच्छेदः कर्तव्यः । सा करणी यावत्क्षेत्रं परिच्छिद्यते तत्रेतरद् निर्हृतं भवति एष निर्ऱ्हासः ।

आता क्षेत्र कमी कसे करावे ते सांगतात. मोठ्या चौरसाच्या क्षेत्रातून लहान चौरसाचे क्षेत्र वजा करावयाचे झाल्यास, जेवढे चौरस क्षेत्र कमी करावयाचे असेल, त्या लहान चौरसाच्या बाजूने, मोठ्या चौरसाच्या (समोरासमोरच्या बाजूवर) मोठ्या चौरसाच्या एका बाजूवर असलेल्या दोन्ही कोनापासून खुणा कराव्यात व त्या ठिकाणी खुंट्या ठोकाव्यात. या खुंट्यांना जोडणारी रेषा पार्श्वमानी करून, एका कोनापासून पार्श्वमानी एवढ्या त्रिज्येने पार्श्वमानीवर खूण करावी. यामुळे पहिली पार्श्वमानी (मोठ्या चौरसाची बाजू) ही अक्ष्णया होईल व दुसऱ्या पार्श्वमानीवर केलेली खूण व कोन यांना जोडणारी रेषा ही दोन चौरसांमधील अंतराएवढ्या चौरसाची बाज होईल.



अबकड= मोठा चौरस.

यरलव= लहान चौरस.

यरलव हा लहान चौरस **अबकड** या मोठ्या चौरसातून वजा करावयाचा.

अनुक्रमणिका

अ आणि **ड** या कोनांपासून, **यर** या लहान चौरसाच्या बाजूने, **अब** व **डक** या मोठ्या चौरसाच्या बाजूवर **प** व **फ** याठिकाणी खुणा करा व **प** व **फ** जोडा.

∴ **अड=पफ=बक=डम**= पार्श्वमानी.

ड या कोन बिंदूपासून, **अड** या मोठ्या चौरसाच्या पार्श्वमानी एवढ्या त्रिज्येने, **पफ** ही रेषा **म** या ठिकाणी छेदा. **डम** जोडा. यामुळे **मफड** हा काटकोन त्रिकोण होईल व **मफ** ही नवीन चौरसाचीबाजू होईल.

डम^२=**फड**^{२} + **मफ**^{२}**.** **डम** = मोठ्या चौरसाची बाजू.

मफ^२=**डम**^{२} – **फड**^{२}**.** **डफ** = लहान चौरसाजी बाजू.

∴ **मफ** ही बाजू, मोठ्या चौरसातून, लहान चौरस वजा केला असता तयार होणाऱ्या चौरसाची बाजू होते.

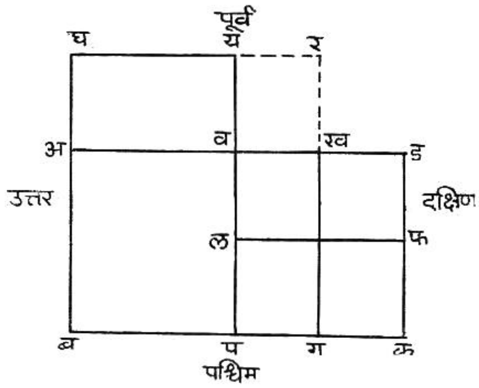
दीर्घचतुरस्त्रं समचतुरस्त्रं चिकीर्षन्मध्ये तिर्यगपच्छिद्यान्यतरद्विभज्येतरत्पुरस्ता द्दक्षिणतश्चोपदध्याच्छेषमागन्तुना पूरयेत्तस्योक्तो निर्ऱ्हासः ॥२॥

आयताचा चौरस करण्याची इच्छा करणाऱ्याने आयत मध्यावर कापून त्याचे २ भाग करावे. त्या २ भागांपैकी दुसऱ्या भागाचे परत २ भाग करून त्यातील एक पुढचा भाग पूर्वेला जोडावा व १ भाग दक्षिणेला. उरलेला भाग नवीन चौरस तयार करून पुरा करावा. "चतुरस्त्राच्चतुरस्त्रं निर्जिहीर्षन्" (का. शु. ३–१) या सूत्राने वाढवलेला भाग कसा कमी करावा हे सांगितलेच आहे.

क. भा. दीर्घचतुरस्त्रं प्रमाणद्वयपरिमाणं समचतुरस्त्रं कर्तुमिच्छन्मध्ये तिर्यगपच्छिद्यान्यतरद्विभज्य पुरस्ताद्दक्षिणतश्चोपदध्यात् । शेषमागन्तुना पूरयेत्तस्य च निर्ऱ्हास उक्तः । "समचतुरस्त्रात्समचतुरस्त्रं निर्जिहीर्षन्नित्यत्र" ।

रुंदीच्या दुप्पट लांबी असलेल्या आयताचा चौरस करावयाचाझाल्यास त्याच्या तिर्यङ्मानीचे (आडव्या बाजूचे) मधोमध कापून दोन भाग करून एकमेकाला जोडले असता दोन चौरस तयार होतील. त्या दोन चौरसांपैकी एकाचे परत दोन भाग करून, त्यांपैकी एक भाग पूर्वेला व एक भाग दक्षिणेला जोडावा. राहिलेला भाग नवीन चौरसाने पुरा करावा."चतुरस्त्राच्चतुरस्त्रं निर्जिहीर्षन्" (का. शु. ३–१) या सूत्राने तो चौरस कसा कमी करावा हे पूर्वी वरील सूत्राने सांगितलेच आहे.

अनुक्रमणिका



अबकड हा एक आयत.

या आयताच्या **अड** व **बक** या लांब बाजू, **अब** या रुंद बाजूच्या दुप्पट आहेत. **अड** व **बक** या तिर्यङ्मानींचे (आडव्या बाजूंचे) **व** आणि **प** हे त्यांचे मध्यबिंदू जोडून दोन भाग करा. **अवपब** व **वडकप** हे ते दोन भाग. या दोन भागांपैकी **वडकप** या एका भागाचे **वडफल** व **लफकप** असे परत दोन भाग करा. त्यांतील एक भाग **वडफल** हा **अवपब** या भागाच्या पूर्वेला जोडा व **कपलफ** हा दुसरा भाग **अवपब** या भागाच्या दक्षिणेला जोडा. यात **यरखव** या लहान चौरसाची भर घालून **घरगब** हा चौरस पुरा करा. **घरगब** या मोठ्या चौरसातून **यरखव** हा लहान चौरस कसा कमी करावा हे या पूर्वीच सांगितले आहे.

आयताची लांब बाजू =**अड=बक=अ.**

आयताची आखूड बाजू =**अब=डक=ब.**

अड=२ अब. ∴**अव=अब=वड.**

∴ □ **अवपब=** □ **वडकप=ब**$^{\text{२}}$

∴**वड=अड − वड=अ − ब.**

बख $\frac{\text{वड}}{\text{२}} = \frac{\text{अ}-\text{ब}}{\text{२}}$

आयत **अबकड=□अवपब** + आयत **वलफप** + आयत **लडकफ.**

= □ **अवपब** + आयत **वलफप** + आयत **अवयम.**

= □ **यबफर** − □ **यरलव.**

∴ **अड** × **अब** = **मब**$^{\text{२}}$ − **यर**$^{\text{२}}$.

$$\therefore \quad अ \times ब = \left(ब + \frac{(अ - ब)}{२}\right)^२ - \left(\frac{अ - ब}{२}\right)^२$$

$$= \left(\frac{अ + ब}{२}\right)^२ - \left(\frac{अ - ब}{२}\right)^२$$

$$\therefore \left(\frac{अ + ब}{२}\right)^२ = \left(\frac{अ - ब}{२}\right)^२ + अब. \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (१)$$

∴ **बगरय** या चौरसातून **यरखव** हा चौरस वजा करून जो चौरस तयार होईल तो **अबकड** या मूळआयताबरोबर होईल.

वरील समीकरणात (१) **अ** = **न**^{२} आणि **ब** = १ यांची योजना केली असता अनेक काटकोन त्रिकोण तयार होतील.

अतिदीर्घ चेत्तिर्यङ्मान्यापच्छिद्यापच्छिद्यैकसमासेन समस्य शेषं यथायोगमुपसंहरेदित्येकः समासः ॥३॥

रुंदीच्या दुपटीहून अधिक लांबीचा आयत असेल तर तिर्यङ्मानीने त्या आयताचे भाग पाडून, पाडलेला एकेक भाग (वर सांगितलेल्या सूत्रांप्रमाणे) जोडून, राहिलेल्या भागाचा योग्य रीतीने चौरस तयार करावा. ही आयताचा चौरस करण्याची रीत.

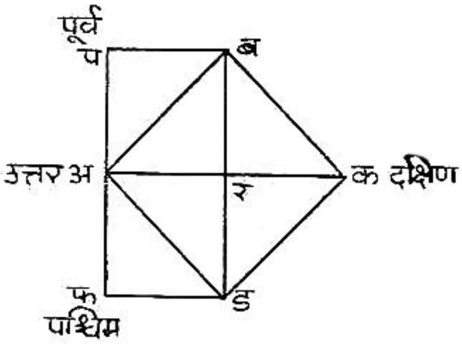
क. भा. अथ यद्यतिदीर्घ भवति ततस्तिर्यङ्मान्याऽपच्छिद्यापच्छिद्य नाना प्रमाणसमासेन समस्य शेषस्य च यथायोगमुपसंहारः कार्यः ।

आता जर आयताची लांबी रुंदीच्या दुपटीहून ज्यास्त असेल तर तिर्यङ्मानीने त्या आयताचे परत परत भाग पाडून "नानाप्रमाणसमासेन" या सूत्रात सांगितल्याप्रमाणे, योग्य उपाय योजून ते भाग एकत्र करून चौरस तयार करावा.

समचतुरस्रं दीर्घचतुरस्रं चिकीर्षन् मध्येऽक्ष्ण (य) याऽपच्छिद्य तच्च विभज्यान्यतरत्पुरस्तात् उत्तरतश्चोपदध्याद्विषमं चेद्यथायोगमुपसंहरेदिति व्यासः ॥४॥

चौरसाचा आयत करण्याची इच्छा करणाऱ्याने चौरसाचे कर्णसूत्राने दोन भाग करून, परत त्यांतील एका भागाचे दोन भाग करून, त्यांतील एक पूर्वेला व एक उत्तरेला ठेवावा. जर विषम चौरस असेल तर युक्तीने जुळतील असे भाग जुळवावे. हीच चौरसाचा आयत करण्याची रीत.

अनुक्रमणिका

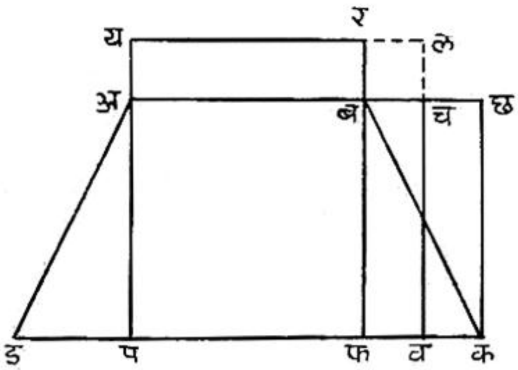


आ. १

(आ. १) **अबकड** हा एक चौरस. या चौरसाचा आयत करावयाचा. **बड** या कर्णाने **अबकड** य चौरसाचे दोन भाग करा.

∴ Δ **अबड** = Δ **बकड.**

नंतर **कर** या कर्णाने **बकड** या भागाचे **बरक** आणि **डरक** असे दोन भाग करा. त्यातील एक भाग Δ **बकर** हा Δ **अबप** म्हणून पूर्वेला व Δ **रकड** हा Δ **अफड** असा उत्तरेला ठेवा. यामुळे
□ **अबकड**= आयत **पबडफ.**



आ. २

अबकड हा विषम चोरस. या चौरसाचा आयत करावयाचा.

प्रथम **अबफप** हा चौरस तयार करा.

नंतर Δ **अपड, बफक** या त्रिकोणाला अशा रीतीने जोडा की **बछकफ** हा आयत तयार होईल.

या **बछकफ** आयताचे **बचवफ** आणि **चछकव** असेदोन भाग करून, आयत **चछकव** हा **अबफप** या चौरसाला पूर्वेला जोडा व आयत **बचवफ** हा दक्षिणेला जोडून, **यलवप** हा चौरस तयार करून, त्यातून

अनुक्रमणिका

फालतू चौरस **रलचब** हा वजा करून, जो चौरस तयार होईल त्या चौंरसाला वर दिलेल्या नियमाप्रमाणे आयताचे रूप द्या.

ही रचना अत्यंत महत्त्वाची आहे. यावरून सू. २-११ व सू. २-१२ यात कर्णिकेबद्दल सांगितलेले दोन्ही सिद्धांत सिद्ध होतात. ते कसे ते पुढील विवेचनावरून ध्यानात येईल.

(१) **अबकड** हा चौरस.

या चौरसाचे अक व बडया कर्णदोऱ्यांनी

Δ अरब; Δ बरक; Δ करड; Δ अरड हे ४ समद्विभुज काटकोन त्रिकोन होतात. **Δ बरक** व **Δ रकड** हे **Δ अपब** व **Δ अफड** वर असे ठेवा की,

त्यामुळे **अबकड** या चौरसाचा **पफडब** हा आयत तयार होईल.

□ अबकड = □ अपवर + □ अरडफ.

∴ □ अब + □ अप + □ पब ∵ अप=पब.

अब ही **अपबर** या चौरसाची कर्णरेषा व **अप;पब** या दोन भुजा.

∴**अब** या चौरसाच्या कर्णाच्या वर्गाबरोबर (क्षेत्रफळ), त्या चौरसाचे बाजूचे दुप्पट क्षेत्रफळ होते हे सिद्ध होते.

यावरील ज्यास्त विवेचन “प्रमेय आणि त्याची सिद्धी” या लेखात पहा.

प्रमाणं चतुरस्त्रमादेशादन्यत् ॥५॥

तसे विधान नसेल तर, प्रमाण चौरसाचे समजावे.

क. भा. अनादेशे प्रमाणं चतुरस्त्रं भवति आदेशादन्यत् ।

तसे खास सांगितले नसेल तर प्रमाण नेहमी चौरसाचे घ्यावे. नाहीतर जे सांगितले असेल ते घ्यावे.

द्विःप्रमाणा चतुःकरणी, त्रिःप्रमाणा नवकरणी, चतुःप्रमाणा षोडशकरणी ॥६॥

दुप्पट प्रमाण असेल तर चौपट; तिप्पट प्रमाणाने नउपट; चौपट प्रमाणाचे करणीने सोळापट (क्षेत्रफळ) तयार होते.

यावत्प्रमाणा रज्जुर्भवतीति तावन्तस्तावन्तो वर्गा भवन्ति तान्समस्येत् ॥७॥

अनुक्रमणिका

ज्या प्रमाणाची दोरी असेल त्या प्रमाणाचावर्ग (त्याचे क्षेत्रफळ दर्शविणारा होतो). त्यांची बेरीज करावी.

अबर हा काटकोन त्रिकोण आहे.त्याच्या भुजा ३, ४ आणि ५ या प्रमाणात आहेत.

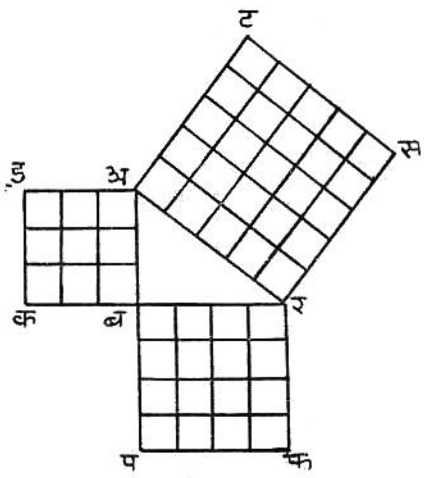
अब= ३; आणि **बर**= ४;

अर= ५.

या भुजांच्या प्रमाणांचे वर्ग ९;१६;व २५ असे होतात.

भुजांच्या वर्गांची बेरीज= ९+१६ = २५= कर्णाच्या वर्गाबरोबर होते.

यावरील ज्यास्त विवेचनालाठी “प्रमेय आणि त्याची सिद्धी” हे प्रकरण पाहा.



अर्धप्रमाणेनपादप्रमाणं विधीयते ॥८॥

अर्ध्या प्रमाणदोरीने तयार झालेले क्षेत्रफळ १/४ होते.

तृतीयेन नवमोंऽशः ॥९॥

प्रमाणदोरीच्या १/३ प्रमाणाने क्षेत्रफळाचे प्रमाण १/९ होते.

चतुर्थेन षोडशी कला॥१०॥

करणीच्या १/४ प्रमाणाने क्षेत्रफळाचे प्रमाण १/१६ होते.

एष निर्ऱ्हासस्तस्य पुरस्तादुक्तं शास्त्रम् ॥११॥

याप्रमाणे क्षेत्र कमी होते. ते कमी कसे करावे हे पूर्वीच सांगितले.

अनुक्रमणिका

क. भा .तस्य ऱ्हासस्य शास्त्रं पुरस्तादुक्तम् । "चतुरस्राच्चतुरस्रं निर्जिहीर्षन्" (का. शु. ३-१) इत्यत्र।

क्षेत्र कमी कसे करावे याचा नियम या पूर्वीच"मोठ्या चौरसातून लहान चौरस" कसा कमी करावा (का. शु. ३-१) या नियमाने स्पष्ट केले.

यावत्प्रमाणा रज्जुर्भवतीति विवृद्धेर्ऱ्हासो भवति ॥१२॥

"यावत्प्रमाणा रज्जुर्भवतीति" इत्यादि (का. शु. ३-७) असे जे सूत्र आहे त्यात सांगितलेल्या वाढीऐवजी (क्षेत्रफळ) कमी होते.

चतुरस्रं मण्डलं चिकीर्षन्मध्यादंसे निपात्य पार्श्वतः परिलिख्य तत्र यदतिरिक्तं भवति, तस्य तृतीयेन सह मण्डलं परिलिखेत्स समाधिः ॥१३॥

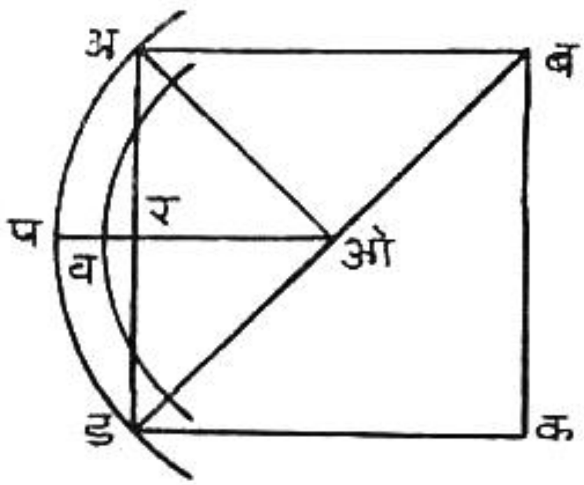
चौरसाचे वर्तुळ करण्याची इच्छा करणाऱ्याने, चौरसाच्या मध्य बिंदूपासून अंसापर्यंतच्या लांबीच्या त्रिज्येने (अर्ध्या अक्षणयेने) बाजूला वर्तुळ काढावे. या वर्तुळाचा पार्श्वमानीच्या (चौरसाच्या) बाहेर असलेला जो भाग, त्या भागाचा तृतीयांश (१/३), चौरसाच्या अर्ध्या बाजूत मिळवून, येणाऱ्या लांबीने वर्तुळ काढावे. ह्या वर्तुळाचे क्षेत्रफळ चौरसाच्या क्षेत्रफळाबरोबर होईल.

अबकड हा एक चौरस.

ओअ या त्रिज्यने **अपड** हा वर्तुळाचा भाग काढा. **पर** हा वर्तुळाचा भाग चौरसाच्या बाहेर राहतो. **वर** = १/३ **पर.**

ओर = १/२ **कड** (चौरसाची भुजा).

ओव = **ओर+वर.**



अनुक्रमणिका

ओव या त्रिज्येने काढलेल्या वर्तुळाचे क्षेत्रफळ चौरसाचे क्षेत्रफळाबरोबर होईल.

मण्डलं चतुरस्त्रं चिकीर्षन् विष्कम्भं पञ्चदशभागान्कृत्वा द्वावुद्धरेच्छेषः करणी ॥१४॥

वर्तुळाचा चौरस करण्याची इच्छा करणाऱ्याने, त्याच्या व्यासाचे १५ भाग करावे. त्या १५ भागांतील २ भाग वजा करून राहिलेल्या भागाच्या लांबीइतकी चौरसाची बाजू होते.

टीप : वरील दोन्ही सूत्रांत सांगितलेल्या (चौरसाचे वर्तुळ व वर्तुळाचा चौरस) या भूमितीतील सिद्धांताचे विस्तृत विवेचन व त्यावरील टीका यासाठी "वर्तुळाचा चौरस व चौरसाचे वर्तुळ" हा लेख पहा.

*****

अध्याय चवथा

द्रोणचिद्रथचक्रचित्कंकचित्प्रउगचिदुभयतः प्रउगः समुह्यपुरीष इत्यग्नयः ॥१॥

द्रोण; रथचक्र; कंक; प्रउग; उभयतः प्रउग, समुह्यपुरी हे चितींचे प्रकार आहेत.

या प्रमाणे चौरस व वर्तुळ या क्षेत्रांबद्दल माहिती सांगूग, कात्यायन शुल्बसूत्रकारांनी वरील सूत्राने चितींची नावे सांगितली. सुपर्णचितीचे वर्णन, कात्यायन श्रौतसूत्राच्या १६ व्या अध्यायात आलेले आहे. त्या सूत्रात न सांगितलेले असे ६ अग्नी व त्यांची रचना, सारांशरूपाने या अध्यायात वर्णन करून सांगितली आहे. हे एकंदर ६ प्रकारचे अग्नी आहेत. अग्नी म्हणजे पक्क्या भाजलेल्या विटांनी रचून निरनिराळ्या आकाराचा, अग्नीला आधारभूत असलेला ओटा किंवा स्थंडिल. अग्नी शब्द हेच सुचवितो. चिती; चयन; अग्निचयन हे त्याचेच पर्याय होत. या चिती शतपथ ब्राह्मणात सांगितलेल्या आणि इतर श्रौतसूत्रांत स्पष्ट केलेल्या आहेत. येथे त्यातील निरनिराळ्या क्षेत्रांचे एकीकरण कसे करावे हे सांगतात.

(१) द्रोण हा चौरस, म्हणून त्या आकाराची चिती ती द्रोणचिती.

(२)रथचक्र वर्तुळाकार म्हणून त्या आकाराची चिती ती रथचक्र. (३) कंक हा आकाशात उडणारा एक पक्षी, म्हणून पक्षाकार कंक चिती. (४) प्रउग म्हणजे रथाच्या जोखडांशी साम्य असलेली त्रिकोनी चिती, (५) दोन्ही बाजूंना त्रिकोन व मध्ये पाया अशा चितीला उभयतः प्रउग. (६) वेदीच्या बाहेरून माती खणून आणून तयार केलेल्या मातीच्या ढिगाला समूह्यपुरीष असे म्हणतात. या प्रमाणे एकंदर चितीचे ६ प्रकार सांगितले,

द्रोणे यावानग्निः सपक्षपुच्छविशेषस्तावच्चतुरस्त्रं कृत्वा द्रोणदशमविभागो वृन्तमित्येके ॥२॥

द्रोणचितीत, जेवढे पक्ष व पुच्छासहित अग्निक्षेत्र, तेवढ्या मापाचा चौरस करून त्याच्या दहाव्या भागाचा देठ करावा असे काही आचार्य सुचवितात.

म. भा. एवमग्नीनुद्दिश्य क्रमेण तेषां क्षेत्रसमासमाह – (द्रोणे इति)

एके आचार्या इति वदन्ति यद् द्रोणे द्रोण चितौ सपक्षपुच्छविशेषः पक्षौ च

पुच्छं च पक्षपुच्छं, तदेव विशेषस्तत्सहितो यावानग्निर्यावदग्निक्षेत्रं सार्द्धसप्तपुरुषादि तावत्समचतुरस्त्रं कृत्वा नानाप्रमाणसमासविधिना पक्षौ पुच्छं च समस्य समचतुरस्त्रं कृत्वा द्रोणस्य दशमो भागो वृन्तं वृन्ताकारं स्वल्पचतुरस्त्रं योजनीयमिति ।

या प्रमाणे अग्नींना उद्देशून त्यांच्या क्रमानुसार त्यांच्या क्षेत्रांच्या एकीकरणाबद्दल सांगतात. काही आचार्य पुढीलप्रमाणे सुचवितात द्रोणचितीत पंख व पुच्छ व त्यांची वाढ यांनी युक्त असा जो पक्षपुच्छविशेष त्याच्यासह द्रोणाच्या आकाराच्या करावयाच्या चौकोनी अग्निक्षेत्रांचा, म्हणजे एकंदर ७॥वर्ग पुरुष

अनुक्रमणिका

अग्निक्षेत्राचा चौरस, “नानाप्रमाण समासे” या सूत्रांप्रमाणे तयार करून, त्या चौरसाचा किंवा द्रोणाचा दहावा भाग, वृन्त (देठ) म्हणून, त्या आकाराचा लहानसा चौरस तयार करून, त्याला जोडावा .

तद्दशमेनापच्छिद्यापच्छिद्यैकसमासेन समस्य निर्ह्रत्य सर्वमग्निं तथाकृतिं कृत्वा पुरस्तात्पश्चाद्वोपदध्यात् ॥३॥

त्याचे १० भाग पाडून, एक समास पद्धतीने, त्यांचे चौरस तयार करून, त्यांतून १ चौरस वजा करावा. उरलेल्या ९ भागांचा चौरस करून, त्याच्या पूर्वेला अगर पश्चिमेला, पहिला (उरलेला) चौरस जोडावा.

मण्डलेऽप्येवम् ॥४॥

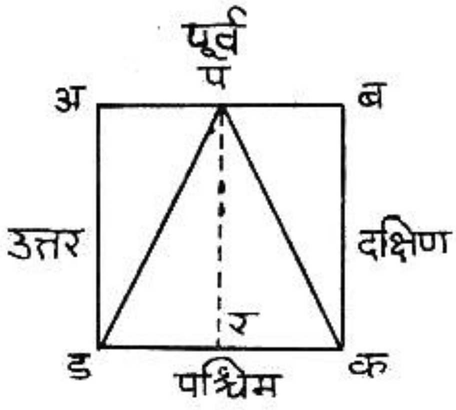
मण्डलाकार चितीतही याचप्रमाणे करावे.

म. भा. मण्डले वृत्ते रथचक्रचितौ कंकचितावप्येवमेव पूर्ववत्पक्षपुच्छसमासेन चतुरस्त्रं कृत्वा तद्दशमांशमपहृत्य चतुरस्त्रं मण्डलं पूर्वोक्तविधिना कृत्वा वृन्तमपि वृत्तं विधाय पुरः पश्चाद्वा योजयेदित्यर्थः ।

वर्तुळाच्या आकाराच्या रथचक्रचितीत किंवा कंक चितीत, देठ (वृन्त) जोडण्याचा पक्ष मानला असता, पूर्वीप्रमाणेच पक्ष आणि पुच्छ यांनी युक्त असे ७॥ वर्ग पुरुष क्षेत्र एकत्र करून, त्यातील दहावा भाग वेगळा करून उरलेल्या क्षेत्राचा चौरस करून, त्या चौरसाचे वर्तुळ करावे व त्याला दहाव्या वेगळ्या केलेल्या भागाच्या चौरसाचे वर्तुळ देठ म्हणून जोडावे.

प्रउगे यावानग्निः सपक्षपुच्छविशेषस्तावद् द्विगुणं चतुरस्त्रं कृत्वा यः पुरस्तात्करणीमध्ये शङ्कुर्यो च श्रोण्योः सोऽग्निः ॥५॥

प्रउग चितीत, पक्षपुच्छासह जे चितीचे ७॥ वर्ग पुरुष क्षेत्र, त्या क्षेत्राच्या दुप्पट क्षेत्र असलेल्या चौरसाच्या पूर्व बाजूच्या तिर्यङ्मानीच्या मध्य भागी वदोन्ही श्रोण्यांवर खुंट्या ठोकाव्या. ते या चितीचे क्षेत्र. (या तिन्ही खुंट्या एकमेकांना जोडल्यामुळे जे त्रिकोणी क्षेत्र तयार होते त्याला प्रउग असे म्हणतात.)



अनुक्रमणिका

अबकड हा एक समचौरस.

ह्या समचौरसाचे क्षेत्रफळ, अग्निक्षेत्राच्या (७॥ वर्ग पुरुष क्षेत्र) दुप्पट म्हणजे १५ वर्ग पुरुष आहे.

अब या तिर्यङ्मानीच्या मध्यभागी **प** या ठिकाणी तसेच **क** व **ड** या श्रोणींवर खुंट्या ठोका.

पड, डक आणि **कप** जोडा.

Δ अपड= Δ परड = Δ परक = Δ पबक.

∴ Δ **पकड**= १/२ □ **अबकड** = प्रउग.

उभयतः प्रउगे तावदेव दीर्घचतुरस्रं कृत्वा करणीमध्येषु शङ्कवः स समाधिः ॥६॥

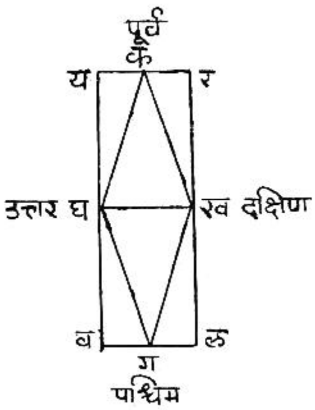
उभयतः प्रउग चितीमध्ये, त्या चितीएवढ्या क्षेत्राचा आयत करून, त्याच्या प्रत्येक बाजूच्या मध्यावर खंट्या ठोकाव्या. ही उभयतः प्रउग चिती होय. हे सूत्र अपुरे आहे. यात चौरसाच्या दुप्पटीचा उल्लेख आढळत नाही.

आयत **यरखघ** याचे क्षेत्रफळ =७ १/२ वर्ग पुरुष आहे.

आयत **यरखघ** हा प्रउग क्षेत्राच्या (Δ **कखघ**) दुप्पट क्षेत्र तयार करतो.

यरखघ या आयताला त्याच्या एवढेच क्षेत्र असलेला **खलवघ** हा आयत **खघ** बाजूच्या पश्चिमेला जोडा.

क, ख, ग, घ हे**यर, रल लव,** आणि **वय** या (**यरलव** या आयताच्या) चार भुजांचे मध्य बिंदू आहेत.



हे मध्य बिंदू एकमेकांना जोडल्यामुळे **कखगघ** हा उभयतः प्रउग तयार होतो.

अनुक्रमणिका

खघ हा प्रउग **कखघ** व प्रउग **गखघ** या दोन प्रउगांना जोडणारा पाया होय.

प्रउग **कखघ**=१/२ आयत **यरखघ.** तसेच

प्रउग **गखघ**= १/२ आयत **खलवघ.**

∴ प्रउल **कखघ** + प्रउग **गखघ** = १/२ आयत **यरखघ** + १/२ आयत **खलवघ**

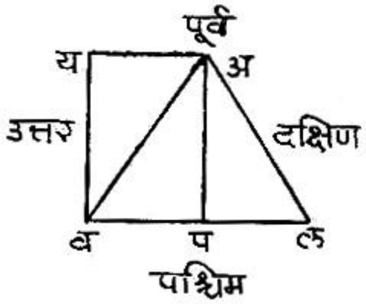
= १/२ आयत **यरलव**

= ७ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्र

=**कखगघ**=उभयतः प्रउग.

प्रउगं चतुरस्त्रं चिकीर्षन्मध्ये प्राञ्चमपच्छिद्य विपर्यस्येतरत उपधाय दीर्घचतुरस्त्रसमासेन समस्येत्स समाधिः ॥ ७ ॥

प्रउगाचा चौरस करण्याची इच्छा करणाऱ्याने (प्राञ्चम = पूर्व पश्चिम बाजू), पूर्व पश्चिम बाजूने प्रउगाकार क्षेत्र मधोमध विभागून, त्या पैकी एक भाग उलटून दुसऱ्या भागाला जोडावा. अशा रीतीने तयार झालेल्या आयताचा चौरस करण्याच्या रीतीने, चौरस करावा. ही प्रउगाचा चौरस करण्याची रीत.



अवल हा एक प्रउग (त्रिकोण), याचा चौरस करावयाचा.

प्रथम **अप** या पूर्व पश्चिम रेषेने **अवल** हा प्रउग मधोमध कापा.

त्यामुळे Δ **अवप** = Δ**अपल.**

नंतर Δ **अपल** हा Δ **अवप** ला अशा रीतीने जोडा की **अल** व **अव** या दोन्ही रेषा एक होऊन आयत **अयवप** तयार होईल.

आयत **अयवप** चा (का. शु. ३—२)या सूत्रात सांगितलेल्या रीतीने चौरस तयार करा. ही त्रिकोणाची चौरस करण्याची रीत.

या प्रउगात (त्रिकोणात) ∠ **अवप** = ∠ **अलप.** हे दोन्ही कोन समप्रमाण आहेत.

उभयतः प्रउगं चेन्मध्ये तिर्यगपच्छिद्य पूर्ववत्समस्येत् ॥ ८ ॥

उभयतः प्रउग असेल तर (त्याचा चौरस करण्याकरता) मधोमध आडवा छेद घेऊन (त्या उभयतः प्रउगाचे दोन साध्या प्रउगांत भाग पाडून) वर सांगितल्याप्रमाणे (त्या दोन भागांचे) चौरसात रूपांतर करावे.

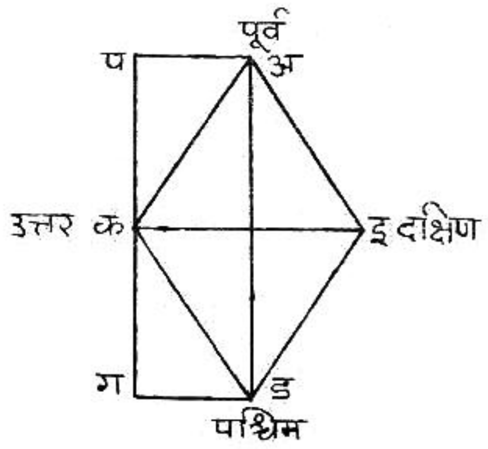
म. भा. उभयतस्त्रिकोणं चेत्समचतुरस्त्रं कर्तुमिच्छति, तदा मध्ये स्थलभागे तिर्यगपच्छिद्य विभज्य पूर्ववत्समस्येत् "मध्ये प्राञ्चमपच्छिद्य" (का. शु. ४—७)इत्याद्युक्तविधिना दीर्घचतुरस्त्रं विधाय पुनरुक्तप्रकारेण समचतुरस्त्रं कुर्यात् । इति कर्णद्वयसमासः ।

या सूत्राने दोन सारख्या चौरसांबरोबर चौरस कसा करावा हे दाखविले आहे. वरील (का. शु. ४७) या सूत्राला "एवमेककर्णसमास उक्तः" असेम्हटले आहे. (४—८) या सूत्राला "कर्णद्वयसमासः" असे म्हटले आहे. याचा अर्थ असा : एकच त्रिकोण असेल तर त्याचा सरळ समचौरस करता येईल. दोन त्रिकोण असतील तर त्यांचे वेगवेगळे चौरस करून, त्या चौरसांचे एकीकरण करता येईल. ही रीत सूत्रकारांनी समभुज त्रिकोणापुरतीच दाखविली आहे.

अकडइ हा एक उभयतः प्रउग.

कइ हा त्याचा पाया

अड या रेषेने त्या उभयतः प्रउगाचे चार त्रिकोण तयार होतील. त्यांतील दोन त्रिकोण, एक पूर्वेला व एक पश्चिमेला जोडून, **पअडग** हा आयत तयार होतो. त्या आयताचा (का. शु. ३ —२) या सूत्रात सांगितल्याप्रमाणे समचौरस करावा.



अनुक्रमणिका

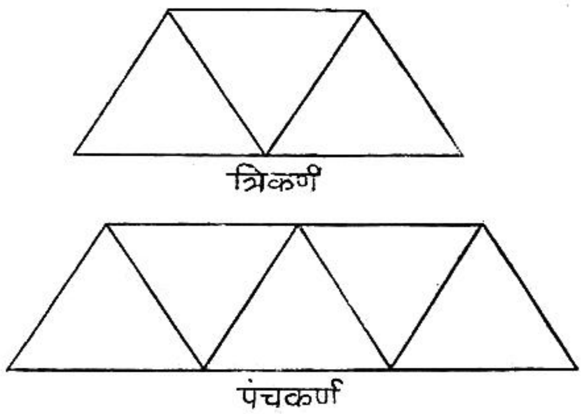
एतेनैव त्रिकर्णसमासो व्याख्यातः ॥ ९ ॥

या प्रमाणे तीन त्रिकोण असलेल्या क्षेत्राचा समचौरस कसा करावा याची रीत सांगितली.

म. भा. एतेनैव प्रकारेण अश्रिद्वयसमासकथनेन त्रिकर्णसमासः त्रिकर्णानां त्रयाणाम् अस्त्रीणां समास एकीकरणं व्याख्यातम् कथितम्, एकैकं दीर्घचतुरस्त्रं विधाय तत उक्तविधिना समस्येत् इत्यर्थः ।

याच रीतीने दोन त्रिकोणांचे एकीकरण कसे करावे हे सांगून तीन त्रिकोणांचे एकीकरण कसे करावे ते सांगतात. प्रत्येक त्रिकोणाचा आयत करून त्याला चौरसाचे रूप द्यावे. आणि नंतर हे सर्व चौरस एकत्र करावे.

ध्यानात येण्याकरता त्रिकर्ण आणि पंचकर्ण यांच्या आकृत्या पुढे दिल्या आहेत.



पञ्चकर्णानां च ॥ १०॥

या प्रमाणेच (पाच कोन किंवा पाच बाजू अथवा) पाच त्रिकोण असलेल्या क्षेत्राचे उभयतः प्रउगात रूपांतर करून, उभयतः प्रउगाच्या रीतीने दोन दोन क्षेत्रे एकत्र करून, त्या चार क्षेत्रांचा चौरस तयार करावा व त्यात "नाना प्रमाण समास विधिना" या सूत्रातील रीतीने पाचव्या त्रिकोणी क्षेत्राचा केलेला चौरस मिळवावा.

प्रउगेऽपच्छिद्यैककर्णानां ॥ ११ ॥

एककर्णानाम् = तुल्य कर्णानाम् = सारखे कोन असलेले; किंवा त्रिकोणी क्षेत्र असेल तर, सारखे त्रिकोनी क्षेत्र असलेल्या क्षेत्राचे एकीकरण, प्रत्येक क्षेत्राचे प्रउगात रूपांतर करून करावे.

द्विकर्णानां समचतुरस्त्रेऽपच्छिद्य ॥ १२ ॥

द्विकर्णानां = नानविधकर्णानां = निरनिराळे कोन किंवा निरनिराळे त्रिकोण असलेले क्षेत्र निरनिराळे कोन किंवा त्रिकोण असलेले क्षेत्र असेल तर वर सांगितल्याप्रमाणे चौरस करून एकत्र करावे.

अनुक्रमणिका

टीपः वरील सूत्रात, सूत्रे ११ व १२ जितकी स्पष्ट असावयास पाहिजेत तितकी नाहीत. कर्ण या शब्दाचा अर्थ (hypotenuse)किंवा कर्णिका असा आहे. परंतु तोच कर्ण शब्द, त्रिकर्णःपञ्चकर्ण असा जोडशब्द आल्याबरोबर, त्याच कर्ण शब्दाचा अर्थ भुजा किंवा कोन असल्याचे दिसून येते. तसेच एककर्ण व द्विकर्ण या शब्दांचा अर्थ भाष्यकार महीधर समान कोन असलेला किंवा असमान कोन असलेला असे करताना आढळतात. ही सूत्रे इतर सूत्रांत आढळत नाहीत.

*****

अनुक्रमणिका

अध्याय पाचवा

उत्तरेषु पुरुषोच्चयेनैकशतविधादित्येतद्वक्ष्यामः ॥ १ ॥

हे सूत्र कात्यायन श्रौत सूत्रांतून (का. श्रौ. सू. १६-८-२७) शब्दशः घेतले आहे. त्याचे स्पष्टीकरण आता करणार आहेत.

म.भा. (चयने "द्विपुरुषां रज्जुं मित्वा""उभयतः पाशां मध्ये लक्षणम्" (१६–८–१२) इत्यादि सूत्रैः प्रथमाग्निसाधनं कल्पे एवोक्तं स सप्तविध इत्युच्यते । इदानीमष्टविधाद्यग्निक्षेत्रेषु पुरुषाभ्युच्चयं वक्तुं प्रतिजानीते (उत्तरेष्विति) ।

चयनाचे वर्णन करताना, तसेच पहिल्या अग्निक्षेत्राची साधने सांगताना "द्विपुरुषां रज्जुं मित्वा" व "उभयतः पाशां मध्ये लक्षणम्"इत्यादी सूत्रे सांगून, पहिला अग्नी७॥ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेला असतो असे म्हणून अष्टविध इत्यादी अग्निक्षेत्रात पुरुषवाढ कशी करावी हे "उत्तरेष्विति" या सूत्राने सांगतात.

"उत्तरेषु पुरुषोच्चयेनैकशतविधात्" (का. श्रौ. १६– ८– २७)इति यत्कात्यायनेन कल्पे उक्तम्, एतत्पुरुषोच्चयविधानं वक्ष्यामः कथयिष्यामः "उत्तरेषु" इति कल्पसूत्रस्यायमर्थः- उत्तरेषु द्वितीयादिचयनेषु पुरुषोच्चयेन पुरुषस्योच्चयेन वृद्ध्या एकैक पुरुषवृद्ध्याऽग्निमानं भवति कियत्पर्यन्तमत आहः-

आ एकशतविधात् । एकशतविधपुरुषपर्यन्तम् । आद्योग्निः सार्धसप्तपुरुषक्षेत्रफलकः सप्तविधः; द्वितीयोऽष्टविधः;तृतीयो नवविध इत्याद्येकशतविधपुरुषपर्यन्तं पञ्च नवतिः । अश्वमेधे च द्वावन्यौ द्विगुण त्रिगुणसंज्ञौ वक्ष्यमाणौ एवं सप्तनव तिरग्निचयनभेद इत्यर्थः । एवं पुरुषोच्चयो य उक्तस्तं वक्ष्यामः ।

श्रौतसूत्रांत, ७॥ वर्ग पुरुष क्षेत्र असलेली वेदी सांगून "उत्तरेषु..." असे जे सांगितले, त्या पुरुषवाढीची रीत स्पष्ट करून सांगतो. पुढच्या म्हणजे दुसऱ्या चयनापासून एकशेएक प्रकारच्या (एकशतविध) शेवटच्या चयनापर्यंत एकेक पुरुषवाढीने अग्निक्षेत्र निर्माण करावे. त्यातील पहिले अग्निक्षेत्र सप्तविध म्हणजे ७॥ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचे; दुसरे चयन अष्टविध, तिसरे नवविध; याप्रमाणे एकशतविध अग्नीपर्यंत ९५ चयने होतात. अश्वमेधात द्विगुण, त्रिगुण अशी चयनेसांगितली आहेत. याप्रमाणे एकंदर चयनाचे प्रकार ९७ होतात. (यात अश्वमेधाचा एकविंशतिविध हा तिसरा प्रकार घेतलेला नाही). या वरील चयनात जी पुरुषवाढ सांगितली ती आता समजावून सांगतात. अर्ध पुरुषप्रमाण सर्व ठिकाणी ज्यास्त आहेच. अग्निक्षेत्राप्रमाणे वेदीचेही क्षेत्रफळ वाढवावे व त्याला अनुसरून सर्व विटांच्या आकारांतही वाढ करावी. विटांची संख्या वाढवून चितीची किंवा अग्नीच्या वाढलेल्या क्षेत्रफळाची जागा भरून काढू नये.

आद्योऽग्निर्द्विगुणस्त्रिगुणो भवतीति सर्वसमासः ॥ २ ॥

आद्य अग्नीचे क्षेत्रफळ (पक्षपुच्छासह) ७ १/२ वर्ग पुरुषाचे, या क्षेत्राची दुप्पट द्विकरणीने व तिप्पट त्रिकरणोने होते. आणि म्हणून प्रथम चितीच्या पक्षपुच्छासह असलेल्या संपूर्ण क्षेत्राचे एकीकरण करावे.

अनुक्रमणिका

क. भा. आद्यमग्निं चतुरस्त्रीकृत्य द्विकरणीसमासेन समस्येत् । त्रिपुरुषेऽप्येवं त्रिकरणीसमासेनेति शेषः । उभयत्राग्निमानाय द्विपुरुषारज्जुरुत्पादयित्वा ।

वर सांगितल्याप्रमाणे आद्य अग्नीचा पक्षपुच्छासह असलेल्या क्षेत्राचा चौरस करून, त्याची अश्वमेधासाठी द्विगुण व त्रिगुण चिती तयार करताना, दोन पुरुष लांबीच्या दोरीचा मापे घेताना उपयोग करावा.

म. भा. तत्रादावाश्वमेधिकं चयनद्वयमाह—(आद्योग्निरिति)। आद्यः प्रथमोग्निः सार्धसप्तपुरुषक्षेत्रफलकः; स द्विगुणो भवति; त्रिगणश्च भवति इत्येवं सर्वसमासः सर्वस्य पक्षपुच्छसहितस्य क्षेत्रस्य समासः कार्यः । अयमर्थः — सार्धसप्तपुरुषक्षेत्रफलकम् आद्याग्निक्षेत्रं पक्षपुच्छसहितं "नानाप्रमाणसमासे" (का. शु. २—२२) इत्याद्युक्तोपायेन समचतुरस्त्रं कार्यं, तस्य करणी तृतीयांशयुतानि सप्तविंशतिपदानि पञ्चयवोपेतानि च स्युः "तस्याक्षणया रज्जुद्विकरणी" (का. शु. २ — १२) इत्याद्युक्तरीत्या तस्य सार्धसप्तपुरुषक्षेत्रफलकस्य समचतुरस्त्रस्याक्षणया रज्जुरूपया करण्या कृतं चतुरस्त्रं पञ्चदशपुरुषक्षेत्रफलकं भवति, स द्विगुणः । तन्मानं च यवद्वयन्यूननवाङ्गुलाधिकान्यष्टत्रिंशत्पदानि । एवं तत्त्रिकरण्योक्तविधिना साधितया कृतं चतुरस्त्रं सार्धद्वाविंशतिपुरुषक्षेत्रफलकं द्वियवाधिकपञ्चांगुलोपेतसप्त. चत्वारिंशत्पदकरणीकं त्रिगुणमग्निक्षेत्रं त्रिगुणनामकं भवति । तत्र च तत्र च द्विगुणत्रिगुणाग्निक्षेत्रयोरात्मनः करणी द्विपुरुषारज्जुरिति व्यवहार्या । तया"द्विपुरुषां रज्जुं मित्वा" (का. श्रौ. १६—८—१) इत्यादि कल्पोक्तप्रकारेण पक्षपुच्छसहितआत्मा साधनीयः । इदं चाग्निद्वयं पञ्चनवतेभिन्नमेवाश्वमेधिकम् । वेदिश्चानयोश्चतुर्दशविधैकविंशतिविधयोरिव क्रमात् ज्ञेयः । अन्यानुपदेशात् ।

अश्वमेधातील दोन चयनप्रकार सांगतो:—

एका अश्वमेध चितीला द्विगुण व दुसऱ्याला त्रिगुण असे म्हणतात. आद्य अग्नी ७॥ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा. याआद्य अग्नीच्या आत्मा, पक्ष आणि पुच्छ या सर्व क्षेत्रांचे एकीकरण करून, त्याचा चौरस तयार करावा. या चौरसाची कर्णिका ही आद्य अग्नीच्या दुप्पट क्षेत्र तयार करते. त्याचप्रमाणे (का. शु. २—१४) या सूत्राने तिप्पट क्षेत्र तयार करावे. या दुप्पट क्षेत्राच्या अग्नीला द्विगुण आणि तिप्पट क्षेत्राच्या अग्नीला त्रिगुण म्हणतात. हा द्विगुण अग्नी १५ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा व त्रिगुण २२ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा. या दोन्ही चितींच्या मापासाठी दोन पुरुष लांबीची दोरी वापरावी. ७ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेल्या आद्य अग्नीच्या समचौरसाची बाजू २७ १/३ पदे व ५ यव इतकी भरते. या समचौरसाच्या अक्षणया दोरीने केलेल्या समचौरसाचे क्षेत्रफळ १५ वर्ग पुरुष होते. हीच ती द्विगुण, अश्वमेधातील चिती. हिच्या करणीची लांबी ३८ पदे अधिक ९ अंगुले उणे २ यव. याप्रमाणेच त्रिकरणी तयार करून त्याने त्रिगुण चिती तयार करावी. या चितीचे क्षेत्रफळ २२ १/२ वर्ग पुरुषाचे होते. व त्याच्या समचौरसाची करणी ४७ पदे + ५ अंगुले + २ यव इतकी होते. या करणीने तयार केलेल्या समचौरसाचे क्षेत्रफळ आद्य अग्नीच्या क्षेत्रफळाच्या तिप्पट होते.

एकविंशतिविधो भवतीति पुरुषाभ्यासः ॥३॥

२१ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाची चिती करावी असे जेथे सांगितले आहे तेथे पुरुष मापात वाढ करावी.

अनुक्रमणिका

म. भा. सप्तविधाग्निक्षेत्रे एकैकपुरुषाभ्यासेनाष्टविधादिषु जायमानेषु चतुर्दशपुरुषाभ्यासे एकविंशतिविधो भवतीत्यर्थः ।

७ १/२ वर्ग पुरुष प्रमाण असलेल्या अग्नीमध्ये, १ पुरुष वाढीने ८ १/२ वर्ग पुरुष; २ वर्ग पुरुष वाढीने ९ १/२; याप्रमाणे एकेक पुरुष वाढीने,१४ वर्ग पुरुष क्षेत्र वाढविले असता, २१ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा अग्नी तयार होतो.

पुरुषाभ्यासे यावानग्निः सपक्षपुच्छविशेषस्तावत्समचतुरस्रं कृत्वा तस्मिन् पुरुषप्रमाणमवदध्यात् ॥४॥

पुरुष वाढ करावयाची असेल तेव्हा, पक्ष, पुच्छ व आत्मा मिळून सर्वक्षेत्र एकत्र करून, त्या सर्व क्षेत्राचा समचौरस करून, त्यात पुरुष प्रमाणाने वाढ करावी.

टीप : ७ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेल्या अग्निक्षेत्रामध्ये, दोन पुरुष लांबीच्या प्रमाण दोरीने तयार केलेल्या ४ पुरुष क्षेत्रफळाच्या समचौरसाला आत्मा म्हणतात. ६ अरत्नी लांब व ५ अरत्नी रुंद अशा दोन क्षेत्रांना पंख म्हणतात. ५ १/२ अरत्नी लांब व ५ अरत्नी रुंद अशा क्षेत्राला पुच्छ म्हणतात. या सर्वांचा समचौरस करून, त्यात १ वर्ग पुरुष प्रमाणाचा समचौरस मिळवावा.

समस्तं पञ्चदशभागान् कृत्वा द्वावेकसमासेन समस्येत्स पुरुषः ॥ ५ ॥

या एकत्र केलेल्या क्षेत्राचे १५ भाग पाडून, त्यापैकी दोन भाग (एकत्र केले असताना) त्याचे क्षेत्रफळ एक पुरुष होते.

क. भा. अत्राग्निप्रमाणाय पुरुषप्रणाणमाहः—

आद्योऽग्निरर्धाष्टमपुरुषप्रमाणः ।पञ्चदशभागद्वयेन चार्धाष्टमविभागो भवति । आद्येऽपि चाग्नौ अर्धाष्टमविभाग एव पुरुषोऽर्धाष्टमविभाग एव भवति । इहापि पुरुषप्रमाण एव क्षेत्रे प्रक्षिप्ते अर्धाष्टमविभागेन पुरुषविवृद्धिर्भवति । एवमेकशतविधात्पुरुषाभ्यासः कार्यः ।

आद्य चिती ७ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाची. या क्षेत्रफळाच्या १५ भागांतील दोन भागांनी १/७१/२ एवढा भाग होतो. पहिल्या चितीत पुरुष प्रमाण १/७१/२ एवढेच असते. त्यात एक पुरुष प्रमाण वाढवून ८१/२ वर्ग पुरुष हे प्रमाण दुसऱ्या अग्नीचे होते. याप्रमाणे एकशतविध अग्नीपर्यंत पुरुषवाढ करावी.

म. भा. तत्र द्वितीयचयने कियान् पुरुषभाग प्रक्षेप्तव्य इत्याशङ्कायां तत्र क्षिप्तं पुरुषमानं पृथक् दर्शयति (समस्तमिति) ।

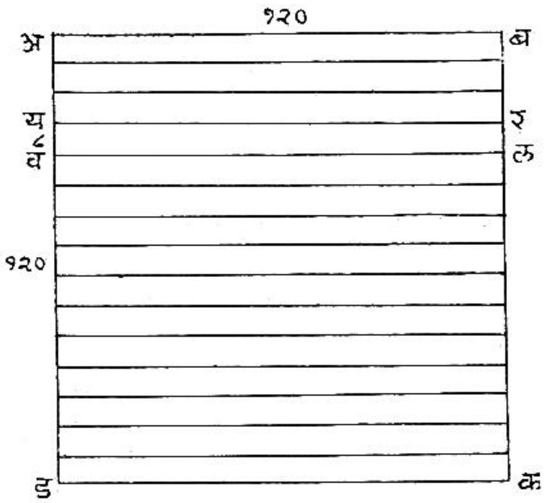
आता दुसऱ्या चयनामध्ये केवढा पुरुषभाग वाढवावा या शंकेच्या समाधानासाठी वाढवावयाचे पुरुषप्रमाण"समस्तमिति" या सूत्राने निराळे दाखवितात.

अनुक्रमणिका

समस्तं कृतपुरुषप्रमाणसमासं सार्धाष्टपुरुषक्षेत्रफलकं समचतुरस्त्रं पञ्चदशभागान् कृत्वा पार्श्वमान्योस्तिर्यङ्मान्योर्वा समं पञ्चदशधा विभज्य द्वौ भागौ पञ्चदशौ दीर्घचतुरस्त्ररूपौ एकसमासेन समस्येत् नानाप्रमाणसमासविधिना समचतुरस्त्रं कुर्यात् । स पुरुषः तत्पुरुषप्रमाणमित्यर्थः । अत्र पञ्चदशांगुलविस्तारं विंशत्यधिकशतांगुलदीर्घ क्षेत्रं दीर्घचतुरस्त्रात्मकं भवति । तद् द्वयं समचतुरस्त्रीकृतं पुरुषप्रमाणं तावद् द्वितीयचयने वर्द्धत इत्यर्थः । आएकशतविधादेवमेव पञ्चदशभागद्वयेन वृद्धिर्भवति । तद्द्वितीयचयनादौ पंचदशभागद्वयमद्धष्टिमविभागरूपं भवति ।

पक्ष पुच्छासहित एकत्र केलेल्या सर्व ७१/२ वर्ग पुरुष क्षेत्राच्या समचौरसाचे सारखे १५ भाग पाडून म्हणजे पार्श्वमानीचे किंवा तिर्यङ्मानीचे सारखे १५ भाग करून, त्या १५ भागांतीललंब चौरसरूपी दोन भाग एकत्र करूनत्याचा समचौरस करावा. हेच पुरुषमापाचे प्रमाण जे १६ अंगुले रुंद व १२० अंगुले लांब असे लंबचौरस क्षेत्र तयार होते. या दोघांचा समचौरस करून, आलेल्या प्रमाणाएवढी वाढ दुसऱ्या चयनात करावी, असा त्याचा अर्थ. याप्रमाणेच एकशतविध अग्नीपर्यंत १५ भागांतील दोन भागांनी वाढ होते.

पुरुषवाढीच्या एकंदर तीन रीती सांगितल्या असून त्यांपैकी वर सांगितलेली ही पहिली रीत आहे. ती अशी:—



अबकड हा एक चौरस.

याची प्रत्येक बाजू एक पुरुष मापाची.

या चौरसाच्या समोरासमोरील बाजूंचे १५ भाग करून ते एकमेकांना जोडा.

हा प्रत्येक भाग १२० अंगुले लांब व ८ अंगुले रुंदीचाआयत होतो.

असे दोन भाग एकत्र केले असता १२० अंगुले लांबीचा व १६ अंगुले रुंदीचा आयत होतो. या आयताबरोबर चौरस तयार करून, तो चौरस हे पुरुष प्रमाण समजून, नव्या चयनाचे वेळी तो चौरस, पूर्वीच्या चयनाच्या संपूर्ण क्षेत्राच्या चौरसात मिळवावा.

अनुक्रमणिका

मूळ चौरस ७ १/२ वर्ग पुरुषाचा.

मूळ चौरस $७\frac{१}{२}$ वर्ग पुरुषाचा.

$$७\frac{१}{२} \times \frac{२}{१५} = \frac{१५}{२} \times \frac{२}{१५} = १ \text{ वर्ग पुरुष.}$$

$$\text{किंवा } \frac{२}{१५}\left(७\frac{१}{२}+१\right) = १ + \frac{२}{१५}$$

= हे नव्या चयनातील पुरुषप्रमाणाचे माप ... ... (अ)

पञ्च विभागेन बृहती तस्य दशमविभागेन पादमात्री भवति ॥६॥

पुरुष मापाच्या पाचव्या भागाने तयार होणाऱ्या विटेला बृहती म्हणतात व दहाव्या भागाने होणाऱ्या विटेला पादमात्री म्हणतात.

बृहती वीट = २४ अंगुले X२४ अंगुले. व

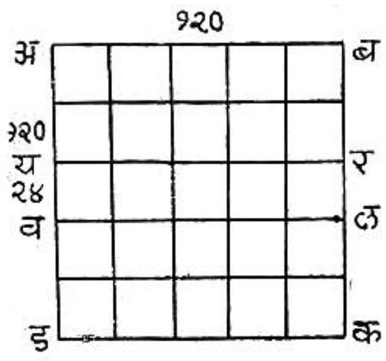
पादमात्री (पाद मापाची) = १२ अंगुले X१२ अंगुले.

या दोन्ही विटा समचौरस आकाराच्या आहेत.

पुरुषवाढीच्या प्रमाणाची दुसरी रीतः—

पुरुषं वा पञ्चमेनोभयतोऽपच्छिद्य पञ्चविभागान्समस्य तृतीयं निर्हृत्य तस्मिन्पुरुषप्रमाणेऽवदध्यादित्परम् ॥७॥

अथवा पुरुष प्रमाणाच्या चौरस क्षेत्राचे दोन्ही बाजूंनी ५, ५ भाग करून, (त्या एकूण २५ भागांपैकी) ५ भाग एकत्रकरून, त्याचा जो आयत होईल, त्यातून त्याचा तिसरा भाग काढून टाकून, उरलेला भाग पुरुष प्रमाणात मिळवावा. ही पुरुष प्रमाण वाढीची दुसरी रीत. २५ भागांत विभागलेल्या, एक पुरुष मापाच्या चौरसातील, ५ भाग एकत्र करून, त्यातून त्याचा तिसरा भाग वजा केला असता १६ X१२० एवढा भाग राहतो. तोपुरुष प्रमाणात मिळवावा. हा पुरुष वाढीच्या प्रमाणाचा दुसरा प्रकार.



अनुक्रमणिका

अबकड हा १२०X१२० अंगुलांचा चौरस.

अब व **अड** या दोन्ही बाजूंचे ५ सारखे भाग करून, एकंदर चौरसाचे २५ भाग होतील.

त्यातील **यरलव** या ५ भागांबरोबर = २४ X १२० अंगुले.
या भागाचे ३ भाग केले असता प्रत्येक भाग ८ X१२० चा होईल.
हा एक भाग तीन भागातून वजा केला असता,
२४ X १२० – ८ X १२० = १६ X १२०.

हा राहिलेला १६ X १२० चा भाग पुरुष प्रमाणात वाढविला म्हणजे पुढील चयनाचे पुरुष प्रमाण तयार होईल.

$\because \dfrac{\text{१६०} \times \text{१२०}}{\text{१२०} \times \text{१२०}} = \dfrac{\text{२}}{\text{१५}} \therefore \text{१} + \dfrac{\text{२}}{\text{१५}}$ हे नवे पुरुष प्रमाण . . .(ब)

पञ्चदशभागोऽष्टा ङ्गुलम् ॥८॥

(पुरुष प्रमाणाचा) पंधरावा भाग म्हणजे ८ अंगुले.

पञ्चारत्निर्दशवितस्तिर्विंशतिशताङ्गुलः पुरुष इत्येतस्माद् द्वादशांगुलं पदमिति च ॥९॥

पाच अरत्नी, किंवा दहा वितस्ती किंवा १२० अंगुले म्हणजे एक पुरुष आणि १२ अंगुले म्हणजे एक पद.

क. भा. एतदुक्तं भवति । अस्य विंशतिशततमो भागोऽङ्गुलम् । पञ्चमोभागश्चारत्निः । स च चतुर्विंशत्यङ्गुलो भवति । दशमो भागश्च वितस्तिः । स च द्वादशाङ्गुलो भवति । एवं नवविधादिष्वपि ज्ञेयम् ।

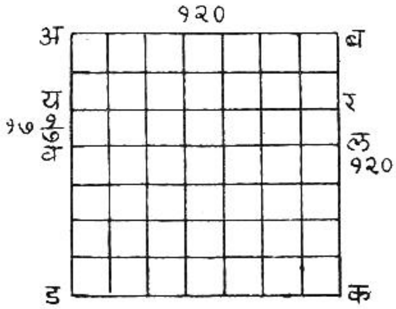
याचा अर्थ असा. पुरुष प्रमाणाचा १२० वा भाग म्हणजे अंगुल. पाचवा भाग अरत्नी, आणि तो २४ अंगुलांचा होतो. आणि दहावा भाग वितस्ती, तो १२ अंगुलांचा होतो. तसेच १२ अंगुले म्हणजे एक पद. हे प्रमाण नवविध अग्नीमध्ये सुद्धा वापरावे.

अरत्नी, वितस्ती, पद आणि अंगुल ही प्रमाणे प्रत्येक वेळेच्या पुरुष प्रमाणावर अवलंबून आहेत. प्रत्येक नव्या चयनात पुरुषवाढीबरोबर हे प्रमाणही बदलत जाईल.

पुरुषं वा सप्तमेनोभयतोऽपच्छिद्य सप्तभागान्तमस्य ससप्तमभागमङ्गुलं निर्हृत्य पुरुषप्रमाणेऽवदध्यादित्यपरम् ॥१०॥

अनुक्रमणिका

अथवा पुरुषप्रमाण चौरसाच्या भुजांचे सात भाग करून (त्या चौरसाचे एकंदर ४९ भाग होतील). या भागांपैकी ७ भाग घेऊन, त्यातून अंगुल व अंगुलाचा सातवा भाग वजा करून, राहिलेला भाग पुरुष प्रमाणात मिळवावा. असा दुसरा प्रकार.



अबकड हा पुरुष प्रमाणाचा (१२०X१२०) समचौरस. या समचौरसांच्या भुजांचे सारखे ७ भाग करून, ते एकमेकांना जोडले असता, त्या चौरसाचे एकूण ४९ भाग होतात व त्या ७ भागांतील एक भाग **(यरलव)**

हा $१७\frac{१}{७} \times १२०$ अंगुलाचा होतो. यांतून $१\frac{१}{७} \times १२०$ वजा करा.

$१७\frac{१}{७} \times १२० - १\frac{१}{७} \times १२० = १६ \times १२०$ हे पुरुष प्रमाणात वाढवावे.

$$१ + \left\{\frac{७}{७ \times ७} - \frac{१\frac{१}{७}}{१२०}\right\} = १ + \left\{\frac{१}{७} - \frac{८}{७ \times १२०}\right\}.$$

$$= १ + \left\{\frac{१}{७} - \frac{१}{७ \times १५}\right\} = १ + \frac{२}{१५} \quad \ldots \quad \ldots \quad (क)$$

याप्रमाणे वर सांगितलेल्या तिन्ही रीतीनी प्रत्येक वेळी २/१५ ने पुरुषप्रमाणात वाढ करावी हेच दाखविले आहे.

नारत्निवितस्तीनां समासो विद्यते सङ्ख्यायोगात् ॥११॥

अरत्नी किंवा वितस्ती यांची बेरीज करत नाहीत. (कारण ही दोन्ही मापे नेहमी ९ अरत्नी अगर १० वितस्ती अशी संख्येत सांगण्याची पद्धत आहे.) याशिवाय श्रौतकारांनी, त्यांची वाढ अलग अलग सांगितली आहे.

अरत्नी य वितस्ती यांची मापे पुरुष प्रमाणात मिळवीत नाहीत. अष्टानवतिविध (९८वाव्या चयनाचे वेळी) चयनात "चतुर्दशारत्नीन् दक्षिणे पक्ष उपदधाति चतुर्दशोत्तरे चतुर्दश वितस्ति पुच्छ उपदधाति" या श्रुत्यनुसार अरत्नी व वितस्तीयांची वाढ संख्येत सांगतात. यामुळे अग्निचयनांमध्ये फक्त पुरुषवाढ होते. अरत्नी इत्यादीची नाही.

अनुक्रमणिका

पुढील सूत्र अच्युत ग्रंथमालेत दिले आहे.

अथ त्रिपुरुषां रज्जुं मिमीते तां सप्तधा समस्यति तस्यै चतुरोभागानात्मन्त्रुपदधाति त्रीन्पक्षपुच्छेषु॥१३॥

तीन पुरुषप्रमाण रज्जू मापून, त्या दोरीने तयार केलेल्या चौरसाचे ७ भाग करावे, त्या सात भागांपैकी ४भाग आत्म्यात व तीन भाग पक्ष व पुच्छ यात ठेवावे.

(भाष्य अच्युत ग्रंथमाला – कात्यायन शुल्ब सूत्र – पृ. ४१).

त्रिपुरुषां= त्रिपुरुषमित्तफलसाधनकां रज्जुं मित्वा तया रज्ज्वा त्रिपुरुषफलकं चतुरस्त्रं विधाय तत् सप्तधा विभज्य चत्वारो भागा अष्टनवतिविधाग्नेरात्मनि षट्पञ्चाशत्पुरुषात्मके प्रक्षेप्याः । एकैको भागः अरत्निवितस्तिरहिते चतुर्दशपुरुषात्मके अष्टानवतिविधाग्नेः पक्षपुच्छे क्षेप्यः । एवं सति पुरुषसप्तमांशेन पञ्चगुणेनसहितः सप्तपंचाशत्पुरुषा एकशतविधाग्नेरात्मा भवति । पुरुषसत्पमांशेन त्रिगुणेन सहितश्चतुर्दशपुरुषः प्रत्येकं पक्षौ पुच्छस्य भवति । एवं सर्वयोगेन एकशतपुरुषात्मक एकशतविधोग्निः । ततः पक्षपुच्छेषु स्वकीयारत्निवितस्तिवर्द्धनेन अष्टोत्तरशतपुरुषात्मक एकशतविधोग्निर्भवतीति अरत्निवितस्तिवर्द्धनम् पृथगुक्तम् ।

तीन पुरुष प्रमाणाने क्षेत्रफळ तयार करणारी दोरी मापून, त्या दोरीने तीन पुरुष क्षेत्रफळाचा समचौरस करावा व त्याचे ७ भाग करून, त्यांतील ४ भाग ९८ वाव्या चयनातील आत्म्यासाठी ठेवावे. व राहिलेल्या ३ भागांतील एकेक भाग,२ पंख व १ शेपूट यासाठी वापरावा. याप्रमाणे १०१ विध अग्नीमध्ये ५७ ५/७ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेला आत्मा व २ पक्ष व १ पुच्छ हे प्रत्येकी १४ ३/७ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचे होतात. याप्रमाणे सर्व मिळून १०१ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेला (५७ ५/७ + ३ X १४ ३/७ = ५७ ५/७ + ४३ २/७ = १०१) एकशतविध अग्निक्षेत्र तयार होते. पक्ष व पुच्छ स्वतःच्या (पुरुष मापाच्या) अरत्नी व वितस्ती या मापाने वाढविले असता १०८ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेला एकशतविध अग्नी तयार होतो. म्हणून अरत्नी व वितस्ती यांच्या वाढीची रीत निराळी सांगितली.

*****

अनुक्रमणिका

अध्याय सहावा

यथाग्नि वेदीष्टकाप्रमाणं वर्द्धत इत्येतद्वक्ष्यामः ॥१॥

चितीला अनुसरून वेदी व विटा यांच्या प्रमाणात वाढ करा असे श्रौतसूत्रांत सांगितले आहे. त्याचे स्पष्टीकरण करतात.

क. भा. यथा पुरुषोच्चयादग्निमानं वर्द्धते एवं वेदीष्टकाप्रमाणपि वर्द्धते न हि वेदिविवृद्धिमन्तरेण पुरुषोच्चयादग्निमानं भवति । न चेष्टकाविवृध्या विना पुरुषोच्चयक्षेत्रं पूर्यते इति । तेन यथा पुरुषोच्चयस्तथा वृद्धिः । प्रतिपुरुषं प्रक्रमसप्तमभागविवृद्धिस्तदिदं ग्रन्थकारेणोच्यते ।

ज्या प्रमाणे पुरुषवाढीमुळे अग्नीचे प्रमाण वाढते, त्या प्रमाणातच वेदीचे व विटांचे प्रमाण वाढते. पुरुष वाढीमुळे, वेदीची वाढ झाल्याखेरीज, अग्नीच्या प्रमाणात वाढ करणे शक्य नाही. आणि विटांच्या आकारात वाढ केल्याशिवाय पुरुषवाढीमुळे तयार व्हावयाचे (वाढलेले) क्षेत्र, विटांनी पूर्णपणे भरले जाणार नाही. यामुळेच पुरुवाढीबरोबरच वेदीची व विटांची वाट होते. पुरुष वाढीप्रमाणेच प्रक्रमाच्या मापात, प्रक्रमाच्या सातव्या भागाने वाढ करावी असे सांगून, ग्रंथकार ती कशी करावी हे सांगतात.

अग्नीला अनुसरून वेदी व विटा यांचे प्रमाण असते. ज्या प्रमाणात अग्निक्षेत्र वाढते, त्याच प्रमाणात वेदीचे व विटांचेही प्रमाण वाढते. वेदीच्या वाढीशिवाय, वाढलेले अग्निक्षेत्र त्यात मावणे शक्य नाही. विटांचा आकार वाढवल्याशिवाय, वाढविलेले अग्निक्षेत्र पूर्णपणे विटांनी भरणार नाही. (कारण २०० ही विटांची संख्या नियमित आहे). ठरलेल्या आकाराच्या व संख्येच्याच विटा वापरावयाच्या असा निर्बंध असल्यामुळे वाढविलेले अग्निक्षेत्र विटांनी पूर्णपणे भरून जाण्यासाठी विटांचा आकार वाढविला पाहिजे. तसेच वाढवलेले अग्निक्षेत्र सामावून घेण्याकरता वेदीचा आकार पण वाढवला पाहिजे आणि म्हणून अग्निक्षेत्राच्या वाढीबरोबर वेदी व विटा यांची वाढ सांगितली.

पुरुष आणि प्रक्रम ही दोन निरनिराळी मापे वेदी मापनासाठी वापरतात. (पुरुष = १२० अंगुले. प्रक्रम =१पद; किंवा २ पदे; किंवा ३ पदे. १ पद = १२ अंगुले. ही निरनिराळी मापे निरनिराळ्या वेळी वापरतात. याची माहिती पुढेयेणार आहे). पुरुषवाढ कशी करावी हे सांगितले. आता प्रक्रमवाढ कशी करावी हे सांगतात.

या करणी चतुर्दशप्रक्रमान्संक्षिपति त्रींश्च प्रक्रमसप्तमभागान्त्स एकशतविधे प्रक्रमः ॥ २ ॥

जी करणी (बाजू) १४ ३/७ प्रक्रम क्षेत्रफळाचा समचौरस करते ती एक शतविध (१०१) चयनांत प्रक्रम होते.

म. भा. या. करणी चतुर्दशप्रक्रमान् तथा प्रक्रमस्य त्रीन् सप्तमभागान् संक्षिपति समचतुरस्त्री करोति, स एकशतविधचयने प्रक्रमो भवति ।

अनुक्रमणिका

जी बाजू १४ प्रक्रम तसेच प्रक्रमाचा ३/७ भाग एकत्र करते म्हणजे त्याचा समचौरस करते, ती बाजू एकशतविध चयनात प्रक्रम होते.

अयमर्थः— त्रिपदकरणीकसमचतुरस्त्रस्य यः सप्तमोंऽशः षट्त्रिंशदङ्गुलायामोऽङ्गुल सप्तमांशसहितपञ्चाङ्गुलविस्तारो भूभागः, स त्रिगुणः कृतः पञ्चदशाङ्गुलानि त्रिसप्तमभागयुतानि विस्तारे, षट्त्रिंशदङ्गुलान्यायामे च भवति, तं चतुरस्त्रीकृत्य या करणी चतुर्दशगुणं त्रिपदकरणीकं संक्षिपति, तत्करणीके चतुरस्त्रं नानाप्रमाणसमासविधिना संक्षिपेत्, तत्क्षेत्रस्य करणी एकशतविधचयने प्रक्रमवाच्या । तेन प्रक्रमेण प्रकृतिवद्वेदिः साध्या । स चान्तिमचयनप्रक्रमः किञ्चिदूनसप्तत्रिंशदधिकशताङ्गुलप्रमितो भवति ।

त्रिपद करणीने (प्रक्रम =३ पद) केलेल्या समचौरसाचा जो १/७ तो ३६ अंगले लांब व ५ १/७ अंगुले रुंद असा भूप्रदेश होतो. त्याची तिप्पट केली असता, ते क्षेत्र, ३६ अंगुले लांब व १५ ३/७ अंगुले रुंद असे होते. त्या क्षेत्राचा चौरस करून, तो चौरस, ज्या करणीमुळे, त्रिपद प्रक्रमाच्या करणीच्या १४ पट क्षेत्र एकत्र होते, त्या करणीच्या चौरसात “नानाप्रमाणसमासविधिना” या सूत्रात सांगितल्याप्रमाणे मिळवावा, म्हणजे त्या क्षेत्राची करणी “एकशतविध” चयनात प्रक्रमहोते. या प्रक्रमाने मूळ वेदीच्या आकाराची वेदी करावी. तो शेवटच्या चयनाचा प्रक्रम, १३७ अंगुले लांब किंचित् कमी इतका होतो.

द्वितीये वा सप्तसु प्रक्रमेषु प्रक्रममवधाय तस्य सप्तमभागेन प्रक्रमार्थः ॥ ३ ॥

अथवा दुसऱ्या चयनात सात प्रक्रमांमध्ये (प्रक्रम करणीने केलेल्या सात चौरसांत) एक प्रक्रम क्षेत्रफळ असलेला चौरस मिळवून, त्याचा सातवा भाग प्रक्रम म्हणून घ्यावा.

म. भा. त्रिपदप्रक्रप्रमाणानि सप्त समचतुरस्त्राणि समस्यैकं चतुरस्त्रं कृत्वा तत्र त्रिपदप्रक्रमचतुरस्त्रमावपेत । ततस्तस्य वर्धित क्षेत्रस्य यः सप्तमो भागस्तं चतुरस्त्रीकृत्य तस्य करण्या प्रक्रमकार्य द्वितीय चयने विधेयम् ।

तीन पदे म्हणजे एक प्रक्रम. या प्रक्रम प्रमाणाने सात समचौरस एकत्र करून, त्यात तीन पदे अथवा एक प्रक्रम मापाचा चौरस मिळवावा. या वाढलेल्या क्षेत्राचा जो सातवा भाग, त्याच्या चौरसाची जी बाजू ती द्वितीय चयनात प्रक्रम होते.

प्रक्रमेण वा सप्तमभागेन प्रक्रमार्थः ॥ ४ ॥

अथवा (प्रक्रमाच्या) स्वसप्तमांश अधिक प्रक्रमाने, प्रक्रम मापाचे कार्य करावे.

एवमेवैकशतविधात् ॥ ५ ॥

या प्रमाणे एकशतविध अग्नीपर्यंत क्रमशः १/७ प्रक्रम अधिक मिळवून येणारे प्रक्रमाचे माप घ्यावे.

अनुक्रमणिका

नान्तःपात्यगार्हपत्ययोर्वृद्धिर्भवति तावदेव योनिर्भवति न वै जातं गर्भ योनिरनुवर्धत इति श्रुतेर्वृद्धेरत्यन्तं प्रतिषेधः ॥ ६ ॥

अन्तःपात्य व गार्हपत्य यांच्या आयतनात वृद्धी होत नाही. या भागासच योनी म्हणतात."न वै जातं गर्भं योनिरनुवर्द्धते" याश्रुत्यनुसार योनीच्या वृद्धीचा कडकडीत निषेध केला आहे.

म. भा. व्याममात्र रुंदीच्या वर्तुळाकार आयतनाला गार्हपत्य म्हणतात. गार्हपत्याच्या पूर्वेकडील व वेदीच्या शेवटापर्यंतच्या ३ प्रक्रम भू भागाला अन्तः- पात्य म्हणतात. येथे चयनात प्रक्रम ३ पदी, दुसऱ्या चयनापासून अग्निक्षेत्र, वेदीव विटा यांचे वाढीबरोबर अन्तःपात्य व गार्हपत्य याच्यांतही वाढ करावयास हवी. परंतु अशी वाढ करणे हे निषिद्ध मानले आहे. अन्तःपात्यसहित गार्हपत्य वेदीला श्रुतीमध्ये अग्नीची योनी समजतात. गर्भाच्या उत्पत्तीनंतर गर्भाची वाढ होते, योनीची होत नाही असे श्रुतीत सांगितले आहे. यामुळे अन्तःपात्य व गार्हपत्य यांच्या आयतनात वाढ करणे निषिद्ध मानले आहे.

यावत्प्रमाणानि समचतुरस्राण्येकीकर्तु चिकीर्षेदेकोनानि तानि भवन्ति तिर्यग्द्विगुणान्येकत एकाधिकानि त्र्यस्रिर्भवति तस्येषुस्तत्करोति ॥ ७ ॥

ज्या प्रमाणाच्या चौरसांचे एकीकरण करण्याची इच्छा असेल त्या सर्व चौरसांच्या संख्येतून, एक चौरस वजा करून, राहिलेल्या चौरसांच्या लांबीच्या दुप्पट तिर्यङ्मानी घेऊन, व त्या चौरसांच्या लांबीत अधिक एक चौरसाची लांबी मिळवून, त्या लांबीच्या दोन भुजा कराव्या. या प्रमाणे त्रिकोणी क्षेत्राचा लंब हे साधतो.

(भाष्य अच्युतग्रंथमाला "कात्यायन शुल्बसूत्र" पृष्ठ ४७).

यावत्प्रमाणानि यावत्सङ्ख्याकानि समचतुरस्राणि समानानि चतुरस्राणि = एकीकर्तुमिष्टानि एकोनानि एकरहितसंख्याकानि, तानि द्विगुणानि कृत्वा एकपङ्क्तौ तथा स्थापयेत् यथासर्वेषां आधाररेखा एकरेखायां स्युः । ततस्तां सर्वाधारयोगरूपरेखां तिर्यङ्मानीं कुर्यात् । एवं एकाधिकानामिष्ट संख्याकचतुर्भुजानां च एकपङ्क्तौ स्थापनेन या योगरूपाऽऽधाररेखा तत्प्रमाणौ भुजौ कुर्यात् । एवमाभ्यां भुजाभ्यां तस्यां तिर्यङ्मानीरूपाधाररेखायां यत् त्र्यस्रिक्षेत्रं भवति तस्य इषुः भुजद्वययोगजातशीर्षकोणबिन्दोः आधाराद्धं यावत् लम्बसूत्रस्यार्द्धं, सा करणी भवति, तया करण्याकृतं समचतुरस्रमभीष्ट चतुरस्राणि समस्यति ।

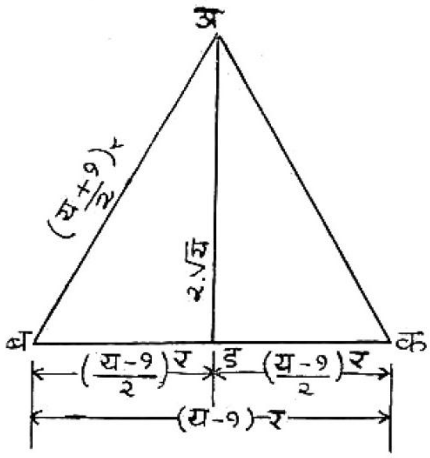
ज्या प्रमाणाच्या चौरसांचा एक चौरस करावयाचा असेल, त्या प्रमाणांच्या चौरसांच्या संख्येतून, एक चौरस वजा करून, राहिलेल्या चौरसांच्या लांबीच्या दुप्पट तिर्यङ्मानी करावी. त्या चौरसांच्या संख्येत एकाची वाढ करून, होणाऱ्या चौरसांच्या लांबीबरोबर दोन भुजा कराव्या. त्यांनी जो त्रिकोण होतो, त्याच्या लंबावरील चौरसामुळे होणारे क्षेत्र मूळ चौरसाच्या क्षेत्राइतके होते.

य = एकत्र करावयाच्या समान चौरसांची संख्या.

र = चौरसाची भुजा.

बक = तिर्यङ्मानी

$= (य - १) \cdot र.$



$$अब = अक = \left(\frac{य+१}{२}\right) \cdot र.$$

$$बड = डक = \left(\frac{य-१}{२}\right) \cdot र.$$

$$अब^{२} = अड^{२} + बड^{२}.$$

$$\therefore\ अड^{२} = अब^{२} - बड^{२}.$$

$$\therefore\ अड^{२} = \left(\frac{य+१}{२}\right)^{२} \cdot र^{२} - \left(\frac{य-१}{२}\right)^{२} \cdot र^{२}.$$

$$\therefore\ अड^{२} = \frac{य^{२}+२य+१}{४} \cdot र^{२} - \frac{य^{२}-२य+१}{४} \cdot र^{२}.$$

$$= \frac{र^{२}}{४}\left(य^{२}+२य+१-य^{२}+२य-१\right).$$

$$= \frac{र^{२}}{४}(४य) = यर^{२}.$$

$\therefore$ **अड** $= र \cdot \sqrt{य}.$

या वरून **अड** हा त्रिकोणाचा लंब चौरसांच्या बेरजे इतक्या चौरसाची भुजा करतो हे सिद्ध होते.

यथा यूपं वेदिवर्धनमित्येतद्वक्ष्यामः ॥८॥

यूपांना अनुसरून वेदी वाढवावी असे का. श्रौ. ८–८–२१) सांगितले आहे. त्याचे स्पष्टीकरण करतो.

क. भा. एतच्च रथाक्षप्रमाणान्तरालपक्षे भवति ।

ही सांगितलेली वेदीची वाढ, रथाच्या आसाच्या प्रमाणाइतक्या अंतरावर यूप पुरावेत, असे सांगणाऱ्या पक्षाचे वेळी होते.

यूप = पशू बांधण्यासाठी उभा केलेला खांब.

म. भा. यूपैकादशिन्यां वेदिवर्द्धनं वक्तुं प्रतिजानीते – (यथेति) ।

११ खांब पुरावेत असे म्हणणाऱ्या पक्षात वेदीची वाढ कशी होते ते“यथा यूपं …” या सूत्राने सांगतो.

अनुक्रमणिका

"यथा यूपं वेदिवर्द्धनम्" (का. श्रौ. ८–८–२१) इति यत्कल्पकारेणोक्तं तद्वक्ष्यामः वेदिवर्द्धनविधिं कथयिष्यामः । यथायूपं यथायूपान्तरालानि रथाक्षमात्राणि तथा वेदिवर्धनं विधेयं यूपैकादशिनी चेद्रथाक्षमात्राण्यन्तराणि पूर्वार्द्धं वा समं विभज्येति यत्कल्पकारेण ज्योतिष्टोमे यूपैकादशिनीपक्षे उक्तः । तत्रैकादशयूपस्थापने पक्षद्वयमुक्तम् । यूपानामेकादशिनी चेत्प्रतियूपं रथाक्षमात्राणि अन्तरालानि मुक्त्वा यूपान्तर स्थापनम्, इत्येकः पक्षः । यद्वा पूर्वार्द्धं प्राकृतप्रमाणवेदेरेव पूर्वभागं एकादशधा विभज्यैकादशयूपान्निखनेदित्यपरः पक्षः । तत्रपूर्वार्धसमविभागपक्षे वेदिवृद्धिर्न स्यात् । यूपानां रथाक्षमात्रान्तरालपक्षे वेदिवृद्धिरवश्यमपेक्षिता । अन्यथा अन्तरवेंदि मिनोत्ययमर्थो विहितो न स्यात् ।

कल्प सूत्रकारांनी "यथा यूपं वेदिवर्द्धनम्" (का. श्रौ. सू. ८–८–२१) असे जे सांगितले, ती वेदीची वाढ कशी होते ते सांगणार आहोत. ज्योतिष्टोमात १ किंवा ११ पशू खांबाला बांधावेत असे सांगितले आहे. यात दोन पक्ष आहेत. पहिला पक्ष (२४ अरत्नी मापाचा) पूर्व भागाचे सारखे ११ भाग करून तेथे ११ खांब पुरावेत. दुसरा पक्ष प्रत्येक दोन खांबातील अंतर रथाच्या आसाएवढे म्हणजे १०४ अंगुले ठेवून ११ खांब पुरावेत. येथे पूर्वेकडील अर्ध्या भागाचे सारखे भाग पाडणाऱ्या पक्षात वेदीची वाढ होत नाही. परंतु रथाच्या आसाएवढ्या अंतरावर खांब पुरावेत असे म्हणणाऱ्या पक्षात वेदीच्या वाढीची जरुरी आहे. म्हणजे ही वेदीची वाढ ११ खांबांना पशू बांधावयाचे असताना व ते खांब १०४ अंगुले अंतरावर पुरावयाचे असताना करावी.

या रज्जुरेकादशोपरवान् संक्षिपति दश च रथाक्षांस्तस्या यश्चतुर्विंशो भागः स प्रक्रमः ॥९॥

जी दोरी ११ खड्ड्यांना आणि १० आसांना (माप घेण्याकरता) पुरते तिच्या लांबीचा चोविसावा भाग तो प्रक्रम.

म. भा. एवं प्रतिज्ञाय वेदिवृद्धिमाह :— (या रज्जुरिति)

अशी प्रतिज्ञा करून "या रज्जुरिति"सूत्राने ती वाढ कशी होते ते सांगतात.

या रज्जुरेकादशसंख्याकानुपरवान् यूपखननाथ गर्त्तान् द्वादशाङ्गुलप्रमाणान् तथा दशरथाक्षान् दशसंख्याकानि रथाक्षमात्राणि चतुरधिकशताङ्गुलमितान्यन्तरालानि च संक्षिपति मिनोति एतावदायता रज्जुः सा च विंशत्यङ्गुलाधिकष्टचत्वारिंशदरत्निमिता भवति तस्या यश्चतुर्विंशो भागः तृतीयभागसहितमेकमर्धाङ्गुलं द्वावरत्नो च स प्रक्रमः यूपैकादशिन्यामेतावत्प्रक्रमणमित्यर्थः ।

खांबांच्या खड्ड्यांची रुंदी १२ अंगुले दिली आहे. जी दोरी १० आसांचे माप तसेच ११ खाड्यांना पुरते ती ४८ अरत्नी अधिक २० अंगुले भरते. तिचा जो २४ वा भाग तो प्रक्रम जाणावा.

यूपैकादशिनीवेदीमध्ये हे प्रक्रम प्रमाण समजावे. जसे :—

(१०X१०४+११X१२=१०४०+१३२ = ११७२ अंगुले = ४८ अरत्नि + १ पद + ८ अंगुले (२० अंगुले). ह्या मापाचा २४ वा भाग

<table>
<tr><td rowspan="2">=</td><td>११७२</td><td rowspan="2">=</td><td>४८</td><td>५</td><td rowspan="2">अंगुले = १ प्रक्रम.</td></tr>
<tr><td>२४</td><td></td><td>६</td></tr>
</table>

अनुक्रमणिका

तेन वेदिं निर्माय द्वादशाङ्गुलं पुरस्तादपच्छिद्य तद्यूपावट्याच्छङ्कोः पुरस्तात्प्राञ्चमवधाय तस्मिन्यूपान्मिनोति ॥१०॥

त्या प्रक्रम मापाने (आलेल्या) वेदी मापून, वेदीच्या पूर्व भागाकडून १२ अंगुले सोडून तो भाग यूपासाठी करावयाच्या खाड्यासाठी ठोकलेल्या खुंट्यांच्या पूर्व पश्चिम बाजूला येईल असे करावे आणि या ओळीत यूप पुरावेत.

वर सांगितलेल्या प्रक्रम प्रमाणाने, ज्या वेदीची पूर्व बाजू (प्राची) ३६ प्रक्रम आहे, अशी वेदी तयार करून, त्यातून १२ अंगुले रुंद व ११७२ अंगुले लांबीचा दक्षिणोत्तर तुकडा, यूपासाठी ठोकलेल्या खुंटीच्या पूर्व पश्चिम असा जोडावा व पूर्व बाजूचे आसापासून १२ अंगुले माप सोडून, उरलेल्या पूर्व पश्चिम बाजूला जोडलेल्या वेदीच्या भागात यूप बसवावे. हे यूप रथाच्या आसाच्या अंतरावर म्हणजे १०४ अंगुले एकमेकांपासून दूर व १२ अंगुले व्यासाचे असावे.

पार्श्वयोर्वाऽर्द्धमन्तर्वेदीति श्रुतेरर्धकान् ॥११॥

असे न करता, खांबांचा अर्धा भाग वेदीत व अर्धा भाग बाहेर राहील असे ते पुरावे असे श्रुतीत सांगितले आहे.

प्रथम मधला खांब पुरून, त्या खांबाचे उत्तरेला ५ व दक्षिणेकडील भागात ५ असे ११ खांब पुरावेकिंवा "अन्तर्वेदि मिनोति अर्द्धं बहिर्वेदिः" या श्रुतिवचनाप्रमाणे, १२ अंगुले मापांचे खाडे अर्धा भाग वेदीत व अर्धा भाग वेदीच्या बाहेर राहील याप्रमाणे करावे. असे केल्याने खांब वेदीला चिकटून रहातील आणि त्यामुळे वेदीची वाढ सार्थ होईल.

तीव्रसुत नावाचा एक याग आहे. त्यात ११ खांबांची रांग दक्षिणोत्तर असत नाही. ती पूर्व पश्चिम असते. त्याच प्रमाणे खांबांची रांग अन्तरवेदीच्या अर्धी आत राहते परंतु श्रुती नियमाप्रमाणे (खांबांच्या ओळीचा अर्धा भाग) वेदी बाहेर करतात.

एके प्रथमौ प्रकृतिवत् ॥१२॥

काही आचार्य पहिला व शेवटचा खांब वेदीमध्ये असावा असे म्हणतात.

म. भा. मतान्तरमाह – (एक इति)

एके आचार्याः प्रथमोत्तमौ आद्यान्तौ यूपौ प्रकृतिवदिच्छन्ति। प्रकृतौ स्तोमायने यथैक एव यूपो वेदिमध्यगतार्धःतथा यूपैकादशिन्याम् आद्यान्तौ यूपौ वेदिगतौद्वावेवान्ये बहिर्वेदीति तस्माद्विकल्पः ।

आता मतभेद सांगतात.

अनुक्रमणिका

काही आचार्य पहिला व शेवटचा खांब श्रुतीत सांगितल्याप्रमाणे पुरावे असे म्हणतात. स्तोमायनात एकाच खांबाचा अर्धा भाग वेदीत असला पाहिजे असे म्हणतात. त्याप्रमाणे यूपैकादशिनीत पहिला व शेवटचा असे दोन खांब वेदीत असले पाहिजेत म्हणून येथे विकल्प आहे.

सैषा शिखण्डिनी वेदिर्भवति ॥१३॥

या ११ खांब असलेल्या वेदीला शिखण्डिनी म्हणतात.

*****

अनुक्रमणिका

अध्याय सातवा

भवन्ति चात्र श्लोकाः :—

येथे (शुल्बातील आशय समजावून सांगणारे) काही श्लोक देत आहे.

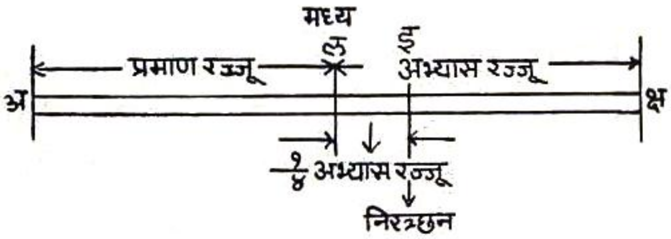
द्विहस्ते लक्षणं कुर्यान्त्रिहस्तो मध्यमः शिरः ।
शिरः पश्चाद्वितस्तिः स्यात्पूर्वार्धे हस्त एव च ॥१॥
सार्धहस्ते च पाशः स्याद्वेदिः स्यात्पौर्णमासिकी ।

दोन हातावर (४८ अंगुलावर) पहिली खूण, त्यानंतर तीन हातावर (सुरवातीपासून) दोरीचा मध्य.

त्यानंतर (एक हात + एक वितस्ती = २४ अंगुले + १२ अंगुले = ३६ अंगुले) ३६ अंगुलावर खूण व तेथून दीड हातावर (३६ अंगुलावर) पाश, अशा दोरीने पौर्णमासिकी वेदी मापतात.

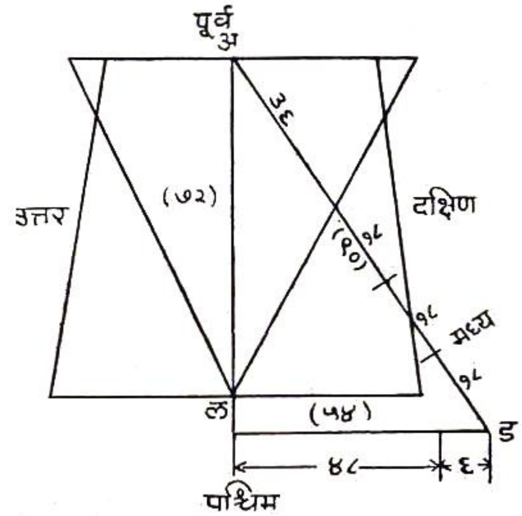
ह्याच अर्थाचा आणखी एक श्लोक दुसरीकडे दिला आहे तो असा :—

षडरत्निर्द्विपाशा च मध्ये पञ्चसु चिन्हिता ।
द्विहस्तेऽङ्गुलषटके च त्रिष्वष्टादशकेषु च ।
सार्धहस्ते च पाशः स्याद्वेदिः स्यात्पौर्णमासिकी ।



ज्या प्रमाण दोरीची लांबी ६ अरत्नी; म्हणजे १४४ अंगुले आहे व जिच्या दोन्ही टोकांना फास केलेले आहेत, अशा दोरीवर पुढे सांगितलेल्या ५ ठिकाणी खुणा कराव्या. पहिली खूण ४८ अंगुलावर, या चिन्हाचा उपयोग (उत्तर-दक्षिण) श्रोणी चिन्हांसाठी. त्यानंतर ६ अंगुलावर निरञ्छन, तेथून १८ अंगुलावर मध्य. याप्रमाणे मध्यापर्यंत प्रमाणदोरीची लांबी ७२ अंगुले भरते आणि हीच लांबीप्राचीची अथवा प्रमाण दोरीची असते. मध्यापासून १८ अंगुलावर निरञ्छन तेथून १८ अंगुलावर तिर्यङ्मानी आणि तेथून ३६ अंगुलावर, त्या दोरीचे फासासहित दुसरे टोक.

अनुक्रमणिका



ही समांतरभुज चौकोनाकृती वेदी आहे.

अल= प्रमाण दोरी =७२ अंगुले.
प्रमाण दोरी + अभ्यास दोरी = १४४ अंगुले.
निरञ्छन खूण = १/४ अभ्यास दोरी = ७२/४ = १८ अंगुले मध्यापासून.
या काटकोन त्रिकोणाच्या भुजा ५४, ७२ आणि ९० अशा होतात.
या ३, ४ व ५ या काटकोन त्रिकोणाच्या पटीत आहे.

उत्तम शुल्बकाराची लक्षणे.
संख्याज्ञः परिमाणज्ञः समसूत्रनिरञ्छकः ॥२॥
समभूमौभवेद्विद्वाञ्छुल्बवित्परिपृच्छकः ।

संख्याशास्त्रज्ञ, मोजणी तज्ज्ञ; सारखी दोरी ओढणारा, भूमी सपाट आहे काय हे जाणणारा; विद्वान् शुल्बशास्त्र जाणणारा व चौकस असा असावा.

संख्या सांगणारे जे गणितशास्त्र त्यात पारंगत; मापे कशी घ्यावीत याचे चांगले ज्ञान असलेला, सरळ रेषेत दोरी खेचणारा; मापावयाची जमीन चांगलीसपाट आहे का हे समजणारा; शुल्बातील नियमांची पूर्ण माहिती असलेला; विद्वान व चांगला चिकित्सक असावा.

न जलात्सममन्यत्स्यान्नान्यद्वातात्प्रमा भवेत् ॥ ३ ॥
नान्यद्दूरं भ्रमादूर्ध्वं नान्यत्सूत्रादृजुर्भवेत् ।

पाण्यासारखा एका पातळीत राहणारा दुसरा पदार्थ नाही; वायूप्रमाणे ज्याला मर्यादा आहे; अशा गुणी माणसाला कोठलीही गोष्ट दूर नाही; त्याचप्रमाणे दोरीसारखी दुसरी सरळ वस्तू नाही.

तिर्यङ्मान्याश्च सर्वार्थेः पार्श्वमान्याश्च योगवित् ॥ ४ ॥

अनुक्रमणिका

तिर्यङ्मानी व पार्श्वमानी यांचे संपूर्ण ज्ञान शुल्ब जाणणाऱ्याला अवश्य हवे.

करणीनां विभागज्ञो नित्योद्युक्तश्च कर्मसु ।
शास्त्रबुद्ध्या विभागज्ञः परशास्त्रकुतूहलः ॥ ५ ॥
शिल्पिभ्यः स्थपतिभ्यश्च आददीत मतीः सदा ।

करणी; तत्करणी; अक्ष्णया इत्यादी रज्जूंचे विभाग जाणणारा; सदैव कर्मामध्ये गढलेला; नेहमी शास्त्रीय बुद्धीने चालणारा; पोटभेद जाणणारा; जो परशास्त्रा बद्दल जिज्ञासू; अशा शुल्ब शास्त्रज्ञाने शिल्पी आणि स्थपती यांचा सल्ला घ्यावा.

शङ्कुलक्षणम्ः— षडङ्गुलपरीणाहं द्वादशाङ्गुलमुच्छ्रितम् ॥ ६ ॥
जरठं चाव्रणं चैव शङ्कुं कुर्याद्विशेषतः ।

बुद्धिवान् माणसाने ६ अंगुले परिघाचा; १२ अंगुले लांबीचा; जून पण गाठाळ नसलेल्या लाकडाचा शङ्कू करावा.

द्विवितस्तिप्रमाणस्तु खादिरो मुद्गरस्तथा ॥ ७ ॥
शङ्कुस्तेन निखातव्यस्तस्मात्तस्य परिग्रहः ।
एकतस्तु ऋजुस्तीक्ष्णः खादिरः सममायतः ॥ ८॥

२४ अंगुले लांबीच्या, खैराच्या लाकडाचा मोगर करून, त्याने खुंटी ठोकावी. म्हणून तो जरूर पाहिजे.

शुल्बज्ञाने एकाच बाजूने तासलेल्या, अणकुचीदार, सरळ खैराच्या लाकडाचा शङ्कू करावा.

शडकुः कार्यस्तु शुल्बज्ञैस्तस्यार्ध गमयेन्महीम् ।
प्रादेशमात्रो हविर्यज्ञे पूर्वलक्षणलक्षितः ॥ ९ ॥
शङ्कुरामशिराः कार्यस्तस्याप्यर्ध निखापयेत् ।
चतुरस्रं मुद्गरं स्यात् षोडशाङ्गुलमायतम् ॥ १० ॥
अविद्धं रमणीयं च दारुमध्याच्च निर्मितम् ।

व त्याचाही अर्धा भाग जमिनीत पुरावा. लहान मोठे क्षेत्र साधण्यासाठी ६ किंवा १२ अंगुले मापाचा शङ्कू करावा. परिणाह = खालचे डोके किंवा रुंदी. जुन्या लाकडाचा म्हणजे घट्ट किंवा मजबूत. एकीकडून तासून बारीक केलेला. खदिराचा म्हणजे उत्तम लाकडाचा. अर्धा जमिनीत घालावा असे पक्का बसवावा या अर्थाने म्हटले आहे. आमशिरा = ओल्या माथ्याचा. हविर्यज्ञात वर सांगितलेल्या लक्षणांनी युक्त, टीचभर लांबीचा, ओल्या लाकडाचा शङ्कू करावा व त्याचाही अर्धा भाग जमिनीत पुरावा.

१६ अंगुले लांब, चौरस, एकसंधी शङ्कू चांगल्या तऱ्हेने ठोकील असा लाकडाच्या गाभ्यापासून मोगरा करावा.

अनुक्रमणिका

रज्जुलक्षणम् :—

अजीर्णाऽग्रन्थिनी सूक्ष्मा समा श्लक्ष्णा त्वरोमशा ॥ ११॥
रज्जुर्मानाधिका कार्या अध्वरे योगमिच्छता ।
शाणी व बाल्वजी चैव वैणवी वा विधीयते ॥ १२ ॥
रज्जुस्तूभयतः पाशा त्रिवृता यज्ञकर्मणि ।
रज्जुर्मुञ्जमयी कार्या शणैस्तु परिमिश्रिता ॥ १३ ॥
कात्यायनो वदत्येवमखण्डा कुशबल्वजैः ।

यज्ञामध्ये दोरीचा उपयोग करणाऱ्याने दोरी मापांपेक्षा ज्यास्त लांब करावी. ती नवी, गाठी नसलेली; बारीक; सारखी गुळगुळीत; केसाळ नसलेली अशी असावी.

यज्ञकर्मामध्ये तीन पदरी; दोन्ही टोकांना फास असलेली; प्रमाणांपेक्षा ज्यास्त लांबीची दोरी ताग, गवत अगर बांबू यापासून केलेली असावी.

कात्यायन म्हणतात, दोरी मुंज नावाच्या गवतापासून तसेच तागमिश्रित दर्भ अथवा बल्वज यापासून तयार केलेली पण अखंड असावी.

नवके लक्षणं कुर्यात्त्रीणि कुर्यात्त्रिषुत्रिषु ॥ १४ ॥
उत्तमो नवकः पाशःसदसो मानमुच्यते ।

प्रथम नवावर, तसेच प्रत्येक तिसऱ्या मापावर खूण करावी. शेवटचा नवक पाश. ही सर्वमापे सदसाची आहेत. (सदस नावाचा मंडप आहे).

भा. पृ. ४१ (हरिदास ग्रंथमाला) नवारत्निषु श्रोण्यर्थे, ततस्त्रिषु श्रोणिनिरञ्छनाय, पुनस्त्रिष्वंसनिरञ्छनाय, ततस्त्रिष्वंसाय, ततो नवसु पाश एवेति सदसो मानम् ।

प्रथम श्रोणी मापण्याकरता ९ अरत्नीवर खूण; तेथून ३ अरत्नीवर श्रोणी बाजूवरील निरञ्छनाकरिता, त्यानंतर ३ अरत्नीवर अंसाकडील निरञ्छनाकरिता; तेथून ३ अरत्नीवर अंसाकरता खूण व या खुणेनंतर ९ अरत्नीवर दोरीला फास करावा.

सदस मंडपावरील भाष्य पान ९ अच्युत ग्रंथमालाः—

सोमयागे सदोभिधानो मण्डपोऽष्टादशारत्निदीर्घो नवारत्निविस्तृतो दीर्घचतुरस्त्र उदग्वंशोविहितः (का. श्रौ. ९—६—३).

सोमयागामध्ये सद नावाच्या मंडपाचा आकार आयताकार असतो व त्याची लांबी १८ अरत्नी व रुंदी ९ अरत्नी असते व त्याचे तोंड उत्तरेला असते.

अनुक्रमणिका

तत्रापि शालावत् उदीची प्राचीत्वेन व्यवहर्तव्या । सदो मण्डपस्य दैर्घ्ये विस्तारे चान्येऽपि पक्षाःसन्ति ते तत एवावगन्तव्याः । (का. श्रौ. सू. ९–६–६).

तरी पण शाला मंडपाप्रमाणेच, उत्तर ही पूर्व समजून व्यवहार करावा. सद मंडपाचे लांबी व रुंदीचे बाबतीत आणखीही पक्ष आहेत. ते पुढे सांगितले आहेत.

सदो मण्डपः दैर्घ्ये अष्टादशारत्निः; विस्तारे नवारत्निः तथा च मुख्यमण्डपस्याभ्यन्तर एव पूर्व भागे भवति ।

सद मंडप १८ अरत्नी लांब व ९ अरत्नी रुंद असतो, त्याचप्रमाणे तो मुख्य मंडपाच्या आत पूर्वभागी असतो.

समचतुरस्त्रं प्राग्वंशं भवति ।

प्राग्वंश हा समचौरस असतो.

विंशत्यरत्निः शाला स्यात्तर्धेन तु विस्तृता ।

शाला मंडपाचा आकार दीर्घचतुरस्त्र (आयत), त्याची लांबी २० अरत्नी व रुंदी १० अरत्नी.

विमितं चतुरस्त्रं स्याद्दशारत्नि प्रमाणतः ।
विमितं इति मण्डपविशेषः सोमयागे प्रसिद्धः ।

सोमयागात विमित नावाचा मंडप उभा करतात. तो आकाराने चौरस असून, त्याची प्रत्येक बाजू १० अरत्नीची असते.

पञ्चदशमर्थैकविंशतिकमपरं परतस्त्रिकं च ॥१५॥
द्वादशसु पाश उत्तम इति सोमे रज्जुमानमेतत् ।

(एकंदर दोरीची लांबी ५४ प्रक्रम) त्यातील १५; २१; ३ आणि त्यानंतर त्याच्यापुढे ३ (एवढ्यावर) खुणा करून, त्यानंतर १२ वर शेवटी फास, असे सोमयागात रज्जूचे प्रमाण.

भाष्य (अच्युत ग्रंथमाला) पृ. ५१ :–

पञ्चदशसु श्रोणिनिरञ्छनार्थ चिन्हम्, ततश्चिन्हादेकविंशतिप्रक्रमेष्वायाममानायनार्थ संख्यासमासभङ्गचिन्हम्, ततस्त्रिषु प्रक्रमेषु निरञ्छनचिन्हम्; ततोपि त्रिष्वंसमानाय चिन्हम्, (चतुर्विंशति प्रक्रमाहि प्राची) ततो द्वादशसु पाश एवेति चतुष्पञ्चाशत्प्रक्रमा रज्जुः प्रमाणार्ध वाऽभ्यस्येति कथिता ।

१५ वर श्रोणी निरञ्छनांसाठी चिन्ह;त्या चिन्हापासून २१ प्रक्रमावर संख्यासमासभंग, तेथून ३ प्रक्रमांवर निरञ्छन, त्यापुढे ३ प्रक्रमांवर अंस (२४ प्रक्रम पूर्व बाजू) आणि तेथून १२ प्रक्रमावर पाश;

अनुक्रमणिका

याप्रमाणे एकंदर दोरीची लांबी ५४ प्रक्रम. ही लांबी “प्रमाणार्धंवाऽभ्यस्य” (का. शु. १—१४) या सूत्राप्रमाणे सांगितली.

पदस्याक्षणया तिरश्ची तयोरक्षणया भवेत् ॥ १६ ॥
सौत्रामण्यां विमातव्या वेदिःस्यात्सोमवत्तथा ।

पद क्षेत्राची अक्षणया व तिर्यङ्मानी (पद प्रमाण) या दोहोंमुळे होणाऱ्या आयताची जी अक्षणया ती सौत्रामणी यागामध्ये प्रक्रम होते आणि याच प्रक्रमाने सोमयागाप्रमाणे सौत्रामणी वेदी मापली जाते.

भाष्य (अच्युत ग्रंथमाल पान ५१) :—

पदक्षेत्रस्याक्षणया पार्श्वमानी, तिरश्ची=तिर्यङ्मानी, तयोरक्षणया तृतीयकरणी सौत्रामण्यां प्रक्रम इत्यर्थः । एवं च परिशिष्ट कृतोऽपि त्रिपदप्रक्रमतृतीयांश एव सौत्रामण्यां प्रक्रमक्षेत्रमिष्टमिति गम्यते । केचित्तु “सोमे तु द्विपदो भवेत्” इतियः परिशिष्टे द्विपदः सौमिकः उक्तः, तत्तृतीयभागसंक्षेपिकां तृतीयकरणीमाहुः तन्न । पदस्याक्षणयेत्यादिपरिशिष्ट वाक्यान्तर विरोधापातात् । तेन चयनवेदिरपि सोमवेदिरेव । अग्निः सोमाङ्गमित्युक्तत्वात् । तन्न यः प्रक्रमस्त्रिपदस्तस्य तृतीयभागसंक्षेपिका या करणी सैव सौत्रामण्यां प्रक्रमः । चयनानन्तरं च तदङ्गत्वेनापि श्रुतौ सौत्रामणि पठितेति सैव वेदिः प्रस्तुता । द्विपदप्रक्रमस्त्वनग्निक सोमवेदेविषय इति ।

(पद तिर्यङ्मानी व पद पार्श्वमानी) यांची जी अक्षणया, ती दुसऱ्या क्षेत्राची पार्श्वमानी व पद तिर्यङ्मानी यांच्या आयतामुळे जी अक्षणया होते ती मूळ पद प्रमाणाची त्रिकरणी होते व ज्या प्रक्रमाचे माप त्रिपद आहे अशा प्रक्रमाची तृतीय करणी होते व ही तृतीय करणी सौत्रामणी यागामध्ये प्रक्रम प्रमाण मानली जाते. सौत्रामणी यागामध्ये तीन पद मापाच्या प्रक्रमाचा तृतीयांश इतके प्रक्रम क्षेत्र योग्य असे समजतात. काही आचार्य सोमयागामध्ये दोन पदांचा प्रक्रम मानतात. त्या दोन पद प्रक्रमाचा तृतीय भाग करणारी ती तृतीय करणी असे म्हणतात. तसे नाही. पदाची अक्षणया इत्यादी वर सांगितलेल्या वाक्याशी विरोध येत असल्यामुळे, तेथे जो त्रिपदी प्रक्रम त्याचा तृतीयांश एकत्र करणारी अशी जी बाजू तीच सौत्रामणीमध्ये प्रक्रम होय. चयनानंतर त्याला अंगभूत अशी सौत्रामणी वेदी श्रुतीमध्ये सांगितली. म्हणून येथे त्या वेदीचे वर्णन केले. द्विपद प्रक्रम हा निरग्नी वेदीचा विषय आहे.

नीहारेण घनैर्वापि ज्योतिषामभ्रदर्शने ॥ १७ ॥
अप्सु दीपं प्रगृहणीयाद्यावत्तमसि दर्शने ।

तारे धुक्यामुळे अथवा ढगामुळे दिसत नसल्यास, अंधारात असेतोपर्यंत पाण्यात पहाण्याकरिता दिवा धरावा.

प्रमाणं च प्रमेयं च यच्चान्यद्वस्तुसंज्ञकम् ॥ १८ ॥
सर्व तच्छास्त्रतो ज्ञात्वा यज्ञे सिध्यन्ति याज्ञिकाः ।

अनुक्रमणिका

जे मोजावयाचे आहे ते आणि त्याचे प्रमाण, जे अन्यवस्तुवाचक ते सर्व शास्त्राप्रमाणे जाणून, याज्ञिक यज्ञप्रसंगी आपले कार्य साधीत असतात.

यथा न क्षीयते मानम् यथा च न विवर्द्धते ॥ १९ ॥
यथा च रमते दृष्टिस्तथा योगं समाचरेत् ।

जेणेकरून प्रमाण कमी होणार नाही, किंवा वाढणार नाही, आणि ज्याप्रमाणे योग्य दिसेल, त्याप्रमाणे जोडणी करावी.

अरत्निश्चतुरस्रस्तु पूर्वस्याग्नेः खरो भवेत् ॥ २० ॥
रथचक्राकृतिः पश्चाच्चन्द्रार्ध इव दक्षिणः ।

अरत्नी मापाचा चौरस हा पूर्वेकडील अग्नीचा खर होतो. (आवहनीयाचा). दक्षिणाग्नी अर्धचंद्राप्रमाणे; पश्चिमेला (गार्हपत्यायतन)“रथचक्राकृती” वर्तुळाकार करावे.

अग्नीनां तु खरः कार्यो मेखलात्रयसंयुतः ॥२१॥
द्वादशांगुल उच्छ्राये विस्तारे चतुरङ्गुलः ।

तीन मेखलांनी युक्त असा अग्नीचा उंचवटा करावा. त्याची रुंदी ४ अंगुले व उंची १२ अंगुले असावी.

अङ्गुलादिमानमाह :—

तन्तुः पुष्करनालस्य षड्गुणः परिवेष्टितः ॥२२॥
वत्सतर्यास्त्रिहायण्या बालेन सदृशो भवेत् ।
त्रयस्त्रिहायणी बालाः सर्षपार्धं प्रचक्षते ॥२३॥
द्विगुणं सर्षपं विद्याद्यवः पञ्च तु सर्षपाः ।
अङ्गुलस्य प्रमाणं तु षड्यवाः पार्श्वसंहिताः ॥२४॥
चतुर्विंशाङ्गुलोऽरत्निवितस्तिर्द्वादशाङ्गुलाः ।
व्यामस्यात्र प्रमाणं तु चतुर्न्यूनं शतं भवेत् ॥२५॥
पुरुषस्य प्रमाणं वै विंशतिस्तु शताधिका ।

कमलाच्या देठाच्या तंतूची सहापट, तीन वर्षे वयाच्या लहान कालवडीच्या केसाएवडी असते. ३ वर्षे वयाच्या कालवडीचे ३ केस अर्ध्या मोहरीबरोबर. म्हमजे मोहरी त्याचे दुप्पट. ५ मोहऱ्या म्हणजे एक यव.

एकाला एक रुंदीने जोडलेल्या ६ यवांच्या रुंदीबरोबर एक अंगुल. २४ अंगुले = १ अरत्नी (हात). व १२ अंगुले = १ वितस्ती (टीच).

व्यामाचे प्रमाण, १०० त ४ कमी = ९६ अंगुले व पुरुषाचे प्रमाण (शंभर अधिक वीस)= १२० अंगुले.

अनुक्रमणिका

प्रपदोच्छ्रित ऊर्ध्वबाहुः पुरुषः, तत्पञ्चमोंशोऽरत्निः । अत्र शास्त्रेऽरत्निहस्तौ पर्य्यायौ अरत्निश्चतुर्विंशाङ्गुलम्, अरत्न्यर्धं वितस्तिः, अंगुलषष्ठोंऽशो यवोदरं, पंचमोंऽशःसर्षपः, सर्षपार्द्धतृतीयोंऽशस्त्रिहायणी बालः, तत्षष्ठोंऽशः पुष्करतन्तुरित्यर्थः ।

चवड्यावर उभे राहून उंच हात केले असता, चवड्यापासून हाताचे शेवटापर्यंत जे माप येते तो एक पुरुष. ह्या पुरुषाचा पाचवा भाग म्हणजे एक अरत्नी. येथे शास्त्रामध्ये अरत्नीलाच हस्त म्हणतात. एक अरत्नी म्हणजे २४ अंगुले.

१/२ अरत्नी = १ वितस्ती = १२ अंगुले.

अंगुलाचा सहावा भाग यवाची रुंदी. यवाचा पाचवा भाग म्हणजे मोहरी. अर्ध्या मोहरीच्या तिसऱ्या भागाबरोबर ३ वर्षे वयाच्या कालवडीचा केस. त्याचा ६ वाभाग कमलाच्या देठाचा तंतू.

हिरण्यशकलार्थे तु हिरण्यं यस्य नोच्यते ॥२६॥
कृष्णलेनैव तद्व्याख्या यज्ञे सिध्यति याज्ञिकी ।

सोन्याच्या तुकड्यासाठी म्हणून ज्याला सोने म्हटले जात नाही, अशा गुंजनेच यज्ञविषयक कामे साधतात. (कृष्णल = गुंज).

कृष्णलं त्रियवं मानं ताम्रायसमतः परम् ॥२७॥
सुवर्णाद्र्धंच माषाणां सुवर्णाश्च त्रिसप्ततिः ।
त्रीणि चैव सहस्राणि दद्याद् बहुसुवर्णके ॥२८॥

३ यवाबरोबर एक गुंज. त्याच्या पुढचे वजन तांब्याचे. बहुसुवर्णकांमध्ये ३७७३ सुवर्ण व माषांच्या अर्धे सुवर्ण द्यावे.

भूयः स्थपतितो ज्ञात्वा संज्ञास्वन्यासु मानवित् ।
स्वर्णकारो यथाऽभ्यासात्तथा भूयो विवर्द्धते ॥२९॥

याहून अधिक मोठी मापे जाणू इच्छिणाऱ्याने शिल्पी आणि सोनार यांचेकडून ती समजून घ्यावी. सोनार जसा (स्वतःचा विकास) अभ्यासाने साधतो तसा त्याने आपला विकास साधवा.

हसते शोषपाकाभ्यां द्वात्रिंशत् भागमिष्टका ।
तस्मादार्द्र प्रमाणं तु कुर्यान्मानाधिकं बुधः ॥ ३०॥

विटा वाळवताना व भाजताना १/३२ भागाने आकुंचन पावतात, म्हणून ओल्या विटांचे प्रमाण अधिक ठेवावे.

अज्ञात्वा शुल्बसद्भावं यज्ञे सौत्रामणीसुते ।

अनुक्रमणिका

वेदिं ये कर्तमिच्छन्ति गिरिं भिन्दन्ति ते नखैः ॥ ३१ ॥

सौत्रामणी यज्ञामध्ये शुल्बाची सत्यता न जाणता, जे वेदी करण्याची इच्छा करतील, ते त्यांचे कृत्यनखांनी पर्वत तोडण्यासारखे होईल.

दण्डरज्ज्वर्धमभ्यस्य षष्ठे त्वर्धस्य लक्षणम् ।
तथैवचेतरत्रापि तिर्यङ्मानं यद्दच्छया ॥ ३२॥

दण्ड रज्जुइतकी रज्जू घेऊन, ती अर्ध्याने वाढवून, त्या अर्ध्या भागाच्या १/६ वर (निरञ्छन) चिन्ह करावे. तसेच दुसऱ्या बाजूनेही (निरञ्छन) चिन्ह करावे. तिर्यङ्मानी आपल्या इच्छेप्रमाणे लहान मोठी करावी.

यावत्प्रमाणा रज्जुः स्यात्तावानेवागमो भवेत् ।
आगमार्धे भवेच्छङ्कुस्तदर्धे च निरञ्छनम् ॥ ३३॥

ज्या प्रमाणाची दोरी असेल तेवढीच दोरी वाढवावी. या वाढविलेल्या दोरीच्या अर्ध्यावर शङ्कू व त्याच्या अर्ध्यावर निरञ्छन चिन्ह करावे.

आगम = वाढविलेला भाग.

आधाने पदिकं कुर्यात् द्विपदः सौमिको भवेत् ।
अग्नौ च त्रिपदं कुर्यात् प्रक्रमं याज्ञिको बुधः॥ ३४॥

आधानात एक पदी, सौमिकात दोन पदी आणि अग्नीत तीन पदी प्रक्रम शहाण्या याज्ञिकांनी करावा.

कृत्तिका श्रवणः पुष्यश्चित्रास्वात्योर्यदन्तरम् ।
एतत्प्राच्या दिशोरूपं युगमात्रोदिते पुरः ॥ ३५॥

कृत्तिका, श्रवण व पुष्य ही नक्षत्रे नेहमी पूर्वेला उगवतात तसेच चित्रा व स्वाती यांमधील अंतराचा मध्य हा पण पूर्व दिशा दाखवतो, म्हणून ही सर्व नक्षत्रे चार हात वर येईपर्यंत पूर्व दिशा निश्चित करावी.

षडशीत्यङ्गुलं युगमात्रं यदोदितं कृत्तिकादिनक्षत्रमाकाशमारोहति, तदा तदुपलक्षिता प्राची ज्ञेया।

८६ अंगुले म्हणजे एक युग. इतक्या उंचीवर कृत्तिकादी नक्षत्रे आकाशात येतात त्यावेळी ज्या बाजूस ती नक्षत्रे दिसतात ती पूर्व.

पञ्चाशच्छर्कराः पश्चात्पूर्वे देयास्त्रिसप्ततिः ।
दक्षिणे तु प्रदातव्या दशा पञ्च च सप्त च ॥ ३६ ॥

अनुक्रमणिका

कठक चयनात ५० वाळूचे खडे पश्चिमेला; ७३ पूर्वेला; १०, ५ व ७ दक्षिणेला ठेवावे.

तैत्तिरीय ब्राह्मण व तैत्तरीय आरण्यकात, काठक चयनांबद्दल विस्तृत विवेचन आले आहे. ह्या चयनांची नावे अशी :— सावित्र; नचिकेत; चतुर्होत्र; विश्वसृज; आणि चरणकेतू. प्रत्येक चयनाच्या पद्धतीत फरक आहे, सोम यज्ञाचे वेळ ही चयने करतात. विटांचे ऐवजी लहान लहान खडे यांचा उपयोग या चयनात करतात. खड्याऐवजी अंगठ्याएवढे सोन्याचे तुकडे वापरले तरी चालतात. ह्या सर्व चयनांचा आकार वर्तुळाकार असतो.

सावित्र चयनामध्ये रथांच्या चाकाच्या आकाराएवढे एक वर्तुळ काढून त्या वर्तुळाच्या आत निरनिराळी एकाला एकन चिकटणारी व निरनिराळ्या त्रिज्येची ९ वर्तुळे काढून त्यावर लहान लहान खडे ठेवतात.

अरण केतू चयन सावित्र चयनासारखेच असते. परंतु या चयनात विटांचे ऐवजी पाणी वापरतात. हे पाणी निरनिराळ्या पवित्र ठिकाणांहून अगर नद्यांतून आणतात. हे थंड अगर गरम वापरण्याची चाल आहे.

शंस्यश्चतुर्विंशति पार्श्वभागश्चतुर्दशभिः परिलेख्यस्तुनर्य्यम् ।
तथैव चाष्टद्विगुणैरथर्य्यस्त्रिंशद्भिरायम्य हरेत्तृतीयम् ॥ ३८॥

शस्य = आहवनीय. नर्य्य=गार्हपत्य. रथर्य्य=दक्षिणाग्नी.

२४ भागांचा आहवनीय त्याच्या पश्चिमेला १४ भागांचा गार्हपत्य; तसेच १६ भागांचा दक्षिणाग्नी. नंतर ३० मापून तिसरा भाग सोडावा.

अग्नेरुदक्सार्धनवाङ्गुले मध्यं ततो लिखेत् ।
वृत्तमेकोनविंशत्या प्राची ज्या मध्यगा भवेत् ॥ ३९ ॥
उदगर्धं विहायार्वाक् खराग्नेर्दक्षिणस्य तु ।

दक्षिण अग्नीच्या उत्तरेला ९॥ अंगुलांवर मध्य करावा. १९ अंगुलांचे वर्तुळ काढून, त्या वर्तुळामधून पूर्वेकडे जाणारी रेषात्या वर्तुळाचे २ भाग करील. त्यापैकी उत्तरेकडील अर्धा भाग सोडून देऊन, दक्षिणेला राहिलेल्या (अर्धचंद्राकृती) भागात दक्षिणाग्नीसाठी खर (उंचवटा) करावा.

दक्षिणाग्निस्थानादुत्तरतः सार्द्धेषु नवाङ्गुलेषु मध्यं प्रकल्प तत एकोनविंशत्यङ्गुलमितव्यासार्द्धेन वृत्तं कृत्वा तन्मध्ये प्राची रेखारूपा कार्या, तथा वृत्तं द्विधा विभक्तंभवति, तत उत्तरभागमपहाय दक्षिणभागऽरत्निमितो दक्षिणाग्नि खरो विधेयः ।

दक्षिणाग्नीच्या स्थानापासून उत्तरेला ९॥ अंगुलावर मध्यबिंदू कल्पून, तेथून १९ अंगुल व्यासाच्या अर्ध्याने वर्तुळ काढून,त्यात पूर्व पश्चिम रेषा काढावी. या रेषेमुळे त्याचे दोन भाग होतील. त्यातील उत्तरेचा भाग सोडून देऊन एक वर्ग अरत्नी मापाचे (अर्धचंद्राकृती) दक्षिणायतन होते.

अनुक्रमणिका

सूत्रदोषदरिद्रस्य गूढ मन्त्रस्य धीमतः ।
समाप्तेय क्रिया शौल्बी कात्यायन महात्मनः॥४०॥

ज्यांच्या सूत्रांत दोष नाहीत व ज्यांचा आशय गूढ आहे, अशा बुद्धिमान् महात्मा कात्यायनांची ही शुल्बक्रिया समाप्त झाली.

*****

अनुक्रमणिका

परिशिष्ट : १

शुल्ब सूत्राविषयीची इतर माहिती

(४) शुल्ब सूत्रांचा काळ

(अ) पुढील माहिती, श्री.धर्मदेव मेहता यांच्या “वेदांतील काही वैज्ञानिक माहिती” या १९५९ साली प्रसिद्ध झालेल्या पुस्तकातून घेतली आहे. ते लिहितात:– (पाश्चात्त्य विद्वानांना संमत असलेली) जुन्या भारतीय व ग्रीक गणितज्ञांच्या काळाची यादी पुढीलप्रमाणे:–

भारतीय गणित

अ. नं.	गणितज्ञाचे नाव.	त्यांनी लिहिलेल्या पुस्तकाचे नाव.	काळ
(१)	बौधायन	शुल्बसूत्र	ख्रि. पू. ८००
(२)	आपस्तंब	शुल्बसूत्र	ख्रि. पू. ४००
(३)	आर्यभट	आर्यभटीय	इ.स. ४९९
(४)	वराहमिहीर	पंचसिद्धांतिका	” ५०५
(५)	भास्कर पहिला	लघु भास्करीय	” ५२२
(६)	ब्रह्मगुप्त	खण्डखाद्य	” ६२८
(७)	भास्कर दुसरा	बीजगणित	” १३५०

ग्रीक गणिती

(१)	पायथॅगोरस	ख्रि. पू. ५८०
(२)	होराक्लिडस	” ३८८
(३)	अरिस्टॉटल	” ३८४
(४)	प्लिनी	इ.स. २ रे शतक.

(आ) “ज्योतिष शास्त्राचा इतिहास” या आपल्या पुस्तकात श्री. दीक्षित लिहितात. मॅक्समुल्लरने वैदिक ग्रंथांचा काल पुढीलप्रमाणे दिला आहे.

वैदिक संहिता	ख्रि. पू. ३,००० ते १,०००
सूत्र वाङ्मय	” ८०० ते ६००

बुद्धाच्या आगमनापूर्वी सर्व वैदिक वाङ्मय तयार झाले होते.

(इ) कै. सी. व्ही. वैद्य हे आपल्या “संस्कृत वाङ्मय” या ग्रंथात लिहितात.

अनुक्रमणिका

ऋग्वेद	ख्रि. पू. ४,०००
शतपथ ब्राह्मण	” ३,०००

(ई) कै. डॉ. म. म. पां. वा. काणे यांनी “धर्मशास्त्राचा इतिहास” भाग ३ या आपल्या ग्रंथात दिलेला काल.

वैदिक संहिता काल	ख्रि. पू. ४,००० ते ख्रि. पू. १,०००
निरुक्त	”८०० ते”४००
श्रौतसूत्रे	”८०० ते”४००
पाणिनी	”६०० ते”३००

(५) **कात्यायन शुल्बसूत्रांत येणाऱ्या प्रमाणांचे कोष्टक**

अंगुल = ६ यवांचे दाणे रुंदीने एकमेकांना जोडले असता येणारे माप.

पुरुष	= १२० अंगुले=५	अरत्नी = १० वितस्ती किंवा १० पदे.
अरत्नी	= २४ अंगुले=हस्त.	वितस्ती = पद = १२ अंगुले.
ईषा	= १८८ अंगुले.	अक्ष = १०४ अंगुले.
युग	= ८६ अंगुले.	शम्या = ३२ अंगुले.
व्याम	= ९६ अंगुले.	

प्रक्रम हे प्रमाण, पद या प्रमाणाचे मापात सांगितले असून, ते एक पद; दोन पद किंवा ३ पद असे निरनिराळ्या यज्ञांत बदलत असते. (पद = १२ अंगुले).

*वर दिलेल्या मापाशिवाय (का. शु. ७—२२ ते २४) पुढील मापे दिली आहेत.
६ कमलाचे तंतू = ३ वर्षे वयाच्या कालवडीचा केस.
३ केस = १/२ मोहरी.
५ मोहऱ्या= १ यव.
६ यव= १ अंगुल.
२४ अंगुले = १ अरत्नी.
१२ अंगुले = १ वितस्ती.
९६ अंगुले = १ व्याम.
१२० अंगुले = १ पुरुष.

(६) **कर्णावरील प्रमेयाची अन्य देशांतील प्रगती**

काटकोन त्रिकोणातील कर्णावरील वर्गाच्या प्रमेयाची, त्या वेळच्या, चीन, इजिप्त इत्यादी प्रगत देशात कोठवर प्रगती झाली होती, याचा विचार या लेखात केला आहे.

अनुक्रमणिका

"चीन आणि जपान या देशांतील गणिताची प्रगती" या श्री. योशिओ मिकामी यांच्या पुस्तकातून पुढील माहिती घेतली आहे.

(१) चीन:— प्राचीन चिनी लोकांनी लिहिलेले व सध्या उपलब्ध असलेले, जुन्यात जुने व गणितावर लिहिलेले "चौ पाय" नावाचे पुस्तक प्रसिद्ध आहे. या पुस्तकाच्या लेखकाचे नाव माहीत नाही, एवढेच नव्हे तर, त्या पुस्तकाचा कालही अज्ञात आहे.

या पुस्तकाच्या पहिल्या भागात, संत असलेला युवराज चौ काँग ब त्याचा विद्वान् सचिव शँग काओ या दोघांमध्ये झालेला संवाद दिला आहे. ह्या प्रसिद्ध असलेल्या संवादावरून त्या वेळच्या चिनी लोकांनी केलेली गणितातील प्रगती दिसून येते. हा संवाद ख्रि. पू. १२ व्या शतकात झाला असावा. कारण युवराज चौ काँग हा ख्रि. पू. ११०५ मध्ये मरण पावला. तो संवाद पुढीलप्रमाणे आहे :—

चौ काँगने, शँग काओला पुढील प्रश्न विचारला. — फार वर्षांपूर्वी श्री. फू ही ने वर चढण्यास अशक्य असलेल्या स्वर्गाचे माप घेतले. आपणांजवळ असलेल्या साधनांनी पृथ्वीचे माप घेणे अशक्य असताना, जर वरील माप घेता आले, तर ते माप त्याने कशा तऱ्हेने घेतले असेल.

शँग काओ म्हणाला:— मापण्याचे ज्ञान हे वर्तुळ व चौरस यांच्या ज्ञानापासून होते. वर्तुळाच्या मापाचे ज्ञान चौरसापासून आणि चौरसाचे "खुयी" अथवा काटकोनाचे कर्णापासून. हे माप असे येते. ९X९=८१. आता या मापाचे भाग पाडून, काऊ किंवा रुंदी ३ घ्या. व कु अथवा लांबी ४ घ्या, म्हणजे त्या दोन बाजूंच्या टोकांना जोडणारी लांबी ५ होईल. चौरसांच्या चारी बाजूंच्या वर्गाची बेरीज घेऊन, त्याला दोहोंनी भागिले असता, कर्णाचे माप येते. याचा अर्थ थोडक्यात असा. काटकोन त्रिकोणाच्या दोन्ही बाजूंच्या वर्गाची बेरीज करून येणाऱ्या संख्येचे जे वर्गमूळ ते ह्या काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णाबरोबर होते.

वर दिलेल्या संवादावरून चौ काँगचे वेळेला चिनी लोकांना, पायथॅगोरसच्या प्रमेयाचे ज्ञान होते असे दिसते, एवढेच नव्हे तर, ते काटकोन त्रिकोण आणि त्यांचे दोन्ही बाजूंचा वर्ग यांचा स्पष्ट उल्लेख करतात. पंरतु त्यांनी युक्लिडमध्ये दिल्याप्रमाणे या प्रमेयाची थोडक्यात व स्पष्ट शब्दांत आणि तीही भूमितीच्या भाषेत व्याख्या केलेली दिसत नाही. तरीसुद्धा या प्रमेयाचे ज्ञान, त्यांना यापूर्वीच झाल्याचे स्पष्ट दिसते.

चिनी व पूर्वीचे बॅबिलोनियातील लोक हे रक्ताने एकमेकांजवळ असल्याचे मानण्यात येते. चिनी लोकांनी वरील प्रमेयाचे ज्ञान बॅबिलोनिअन बांधवापासून घेतले असावे असे मानण्यात येते. परंतु लेखक असे म्हणतो की हे ज्ञान बॅबिलोनिअन लोकांनी चिनी लोकांपासून घेतले असावे असे का म्हणू नये? पायथॅगोरस हा चौ काँग नंतर ६०० वर्षांनी उदयास आला.पायथॅगोरसने पूर्वेकडे प्रवास केला. ह्या प्रवासात तो प्रथम बॅबिलोनिआ व नंतर भारतात पण आला असावा असा समज आहे. ह्या त्याच्या प्रवासात त्याने या प्रमेयाचा अभ्यास केला नसेलच असे सांगता येत नाही. जे प्रमेय आज त्याचे नावाने प्रसिद्ध आहे, त्या प्रमेयाचे ज्ञान, प्रवासात असताना, त्याला चिनी लोकांपासून सुद्धा झाले असण्याची शक्यता आहे. कारण चौ काँग व पायथॅगोरस यांचेमधील ६०० वर्षांचे अंतर व पायथॅगोरसच्या पूर्वी हे ज्ञान चौ काँगचे वेळी चिनी लोकांस माहीत होते ही गोष्ट वरील म्हणण्यास दुजोरा देते.

अनुक्रमणिका

(२) इजिप्त:— श्री. डी. इ. स्मिथ यांच्या "गणिताचा इतिहास" भाग २ या पुस्तकात पुढील माहिती दिली आहे.

(अ) चीनबद्दल सांगितल्याप्रमाणेच इजिप्तमधील लोकांनासुद्धा या प्रमेयाचे ज्ञान असल्याचे दिसून येते. कुहान येथे १२ व्या वंशातील (ख्रि. पू. २,०००) एक जुना लेख सापडला आहे. त्यात या प्रमेयावर आधारलेली ४ उदाहरणे दिली आहेत, त्यातील एक उदाहरण असे आहे:—

$$१^{२}+\left(\frac{३}{४}\right)^{२}=\left(१\frac{१}{४}\right)^{२}.$$

या लोकात प्रथमच, दोरी ओढून, त्या दोरीच्या सहाय्याने, जमीन मोजण्याची रीत असल्याचे दिसून येते. हे दोरी ओढणारे लोक, या प्रमेयाचे मदतीने, दोरीने प्रथम एक रेषा काढून, त्या रेषेला काटकोन करणारी दुसरी रेषा काढीत असत.

(ब) श्री. फ्लोरिअन कजोरी हे आपल्या "गणिताचा इतिहास" या पुस्तकात पुढील माहिती देतात.

ख्रि. पू. १७०० चे सुमारास एम्स या गृहस्थाने एक पत्रक (पेपिरस) प्रसिद्ध केले. हे पत्रक ब्रिटिश म्युझिअममध्ये होते. या ऐतिहासिक पत्रकाचे भाषांतर १८७७ साली एसेन लोर यांनी केले. या पत्रकावरून इजिप्शिअन लोकांना भूमितीतील काही रचना व क्षेत्रफळ काढण्याची रीत माहीत असल्याचे दिसून येते. या पत्रात जमिनीवर काटकोन त्रिकोण व समांतर द्विभुज चौकोन यांची रचना कशी करावी हे दाखविले आहे.

इजिप्शिअन पिरॅमिड्सची रचना पूर्व-पश्चिम तसेच दक्षिण-उत्तर या दिशा दाखविणाऱ्या रेषांवर केली आहे. परंतु उत्तर-दक्षिण दिशा, ताऱ्यांच्या सहाय्याने, त्यांनी निश्चित केल्या असाव्या असे वाटते. इजिप्तमधील लोकांना, हिंदू व चिनी लोकांना दोऱ्या खेचून काढलेल्या रेषेवर, काटकोन त्रिकोण करण्याचीं माहिती होती. तसेच ख्रि. पू. २००० वर्षापूर्वी इजिप्तमधील लोकांना ३ व ४ या बाजूचा काटकोन व त्या काटकोन त्रिकोणाचा कर्णहा नेहमी ५ येतोएवढे ज्ञान होते.

ख्रि. पू. ७ व्या शतकात, ग्रीस व इजिप्त यांचेमधील व्यापार वाढू लागला. ग्रीक लोक ज्ञानाचे भोक्ते असल्यामुळे, इजिप्तमधील त्या वेळच्या धर्मगुरूजवळ ते विद्या शिकू लागले. यामुळे इजिप्तमधील त्या वेळच्या मतप्रवाहाचे प्राबल्य ग्रीस वगैरे देशात दिसू लागले. यामुळे ग्रीसमधील ज्ञानाचा प्रभाव हा निर्भेळ नाही. भूमितीतील प्राथमिक ज्ञानाचा वारसा ग्रीक लोकांनी इजिप्तपासूनच घेतला. इजिप्तमधील लोकांनी आपले भूमितीचे ज्ञान रोज लागणाऱ्या प्रायोगिक गोष्टीपुरतेच वाढविले. ग्रीक लोकांचे या बाबतीतील विचार अत्यंत प्रगत असे होते.

(क) श्री. हीथ हे "ग्रीक गणित" या पुस्तकात लिहितात.

इजिप्तमधील लोकांना या प्रमेयाबद्दल काही माहिती असावी असे दिसत नाही. त्यांना $३^{२}+४^{२}=५^{२}$ हेसमीकरण माहीत होते. परंतु त्यांच्या गणिताच्या अभ्यासावरून, ३, ४ व ५ या बाजूंमुळे एक काटकोन त्रिकोण तयार होतो ही कल्पना त्यास असल्याचे दिसून येत नाही.

अनुक्रमणिका

(३) बॅबिलोनिआ:—प्रथमच १९२८—२९ साली, २००० वर्षांपूर्वीच्या, गणितावर असलेल्या पण दगडावर कोरलेल्या काही लेखांचे भाषांतर करण्यात आले. त्यांतील २ लेखांना काटकोन त्रिकोणाचा आधार आहे. त्यात दिलेले एक उदाहरण १२,१६ व २० याचे म्हणजे थोडक्यात (३,४ व ५) याचेच आहे. श्री. हीथ यांचे मते हे लेख २००० वर्षापूर्वीचे असावेत. ह्यावरून ते अनुमान काढतात की, काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णाचा वर्ग आणि त्या कर्णाचे इतर दोन भुजांबरोबर असलेले संबंध, याचे नाते निदान ३,४ व ५ या बाबतीत तरी त्यांना माहीत होते यात शंका नाही.

(४) भारत:— कजोरी म्हणतात:— शुल्बसूत्रे म्हणजे दोरीच्या सहाय्याने भूमितीच्या रचना तयार करावयाचे नियम. ह्या शुल्ब सूत्रांचा काल ख्रि. पू. ८०० ते इ. स. २०० पर्यंत असा असावा. हल्लीच्या विद्वानांना, त्याचा परिचय नुकताच तीन जुन्या पोथ्यावरून झाला. चौरस व आयत यांची रचना कशी करावी हे याच शुल्बसूत्रांत सांगितले आहे. विशेष असे की, या रचनांचा उपयोग पुढील कोठल्याही ग्रंथात केलेला आढळत नाही.

स्मिथ लिहितात:— या विषयाचे ज्ञान हिंदूंना ख्रि. पू. असल्याचे दिसते. या प्रमेयाची माहिती शुल्बसूत्रांत आली आहे. या सूत्रांचा काल मात्र निश्चित नाही. भारतात या प्रमेयाची माहिती फार पूर्वीपासून होती, यात मुळीच शंका नाही.

वरील आलेल्या निवेदनाचा गोषवारा पुढीलप्रमाणे:—

(१) पाश्चात्य पंडितांचे मताप्रमाणे:— (१) चीन, (२) इजिप्त, (३) बॅबिलोनिआ व (४) भारत या देशांतील लोकांना या प्रमेयाचे प्राथमिक ज्ञान जरूर होते.

(२) या प्रमेयाची वाढ फार प्राचीन असल्याचे दिसून येते. इजिप्त, चीन व बॅबिलोनिआ ख्रि. पू. १५०० ते २००० आणि त्यांचेच मते भारतात ख्रि. पू. ८००.

(३) इजिप्त व भारत या दोन देशांत दोरीने मापण्याची समान पद्धती होती.

(४) या कालात ग्रीसने काहीच केल्याचे दिसून येत नाही.

(७) पायथॅगोरसचा संक्षिप्त इतिहास

पायथॅगोरस कोठे व कधी जन्मला याची माहिती उपलब्ध नाही. त्याचा जन्म (ख्रि. पू. ५८० ते ५६८) चे दरम्यान झाला असावा. इ. स. २०० चे सुमारास प्लिनी होऊन गेला. तो लिहितो की पायथॅगोरस अभ्यासासाठी बॅबिलोनिआत गेला होता. काही लोकांचे म्हणणे असे आहे की तो भारतात येऊन गेला. ज्या प्रमेयाबरोबर त्याचे नाव जोडलेले आहे, त्या भूमितीतील प्रमेयाची माहिती चीन, इजिप्त व भारत या देशांतील त्या वेळच्या लोकांना होती. त्याने कदाचित् काटकोन त्रिकोणातील कर्णाच्या वर्गाबद्दलचे प्रमेय सिद्ध केले असेल. तो ख्रि. पू. ५०० मध्ये मरण पावला.

अनुक्रमणिका

पायथॅगोरसचे गणितावरील कोणतेही ग्रंथ आज उपलब्ध नाहीत. त्याचे संबंधाने काहीच माहिती मिळत नाही. इजिप्तमधील भूमितीप्रमाणे त्याने क्षेत्रफळाचाच विचार ज्यास्त केलेला दिसतो. या प्रमेयाची मूळ कल्पना त्याला इजिप्तमधून मिळाली असावी; व हे प्रमेय त्याने कोणत्या रीतीने सिद्ध केले असावे, हे चर्चेचे विषय झाले आहेत.

विशेष महत्त्वाची गोष्ट म्हणजे त्याने अगर त्याच्या अनुयायांनी वर्तुळावर आधारित एकही महत्त्वाचा सिद्धांन्त प्रस्थापित केला नाही.

पायथॅगोरसच्या अनुयायांनी, स्वतः लावलेले शोध स्वतःचे नावावर प्रसिद्ध न करता, ते त्याचे नावाने प्रसिद्ध केले. यामुळे, त्याने स्वतः काय केले व त्याच्या अनुयायांनी त्यात कोणतीभर घातली हे समजणे कठीण असल्यामुळे, त्या वेळची भूमिती, ही पायथॅगोरिअन पंथाची भूमिती असे मानणे ज्यास्त उचित होईल.

बरेचसे लेखक पायथॅगोरसने या प्रमेयाची सिद्धता केली असे मानतात. परंतु हे सर्व लेखक त्याचे मृत्यूनंतर ५०० वर्षांनी हे सांगावयासाठी पुढे आले आहेत. तसेच हे प्रमेय त्याने सिद्ध केले या म्हणण्याला एका दंतकथेशिवाय दुसरा कोठलाही आधार नाही.

पायथॅगोरसने अकलय संख्येचाही शोध लावला असे म्हणतात.

आता त्याचे तत्त्वज्ञानासंबंधाने इतर काही लेखक काय म्हणतात ते पाहू:—

(१) जून १९५६ मध्ये, थिऑसॉफिस्ट या मासिकात श्री. जे. एल्. डेव्हिज यांचा एक लेख (२५०० वर्षांपूर्वीचा पायथॅगोरस आणि त्यानंतर) १८० ते १८६ या पृष्ठांवर प्रसिद्ध झाला आहे. त्यात ते लिहितात, “प्राचीन शास्त्रज्ञांमध्ये पायथॅगोरसचे स्थान फार मोठे आहे. तो गाढा पंडित होता. त्याने एक शिक्षणसंस्था स्थापन केली, जी पुढे ध्येयवादी संस्थेची जनक बनली. त्याने पूर्वेकडे प्रवास केला. तो बरीच वर्षे इजिप्तमध्ये होता. तेथून त्याला बंदिवान म्हणून बॅबिलोनला नेण्यात आले. खाल्डियन व पर्शिअन खगोल शास्त्रवेत्त्यांबरोबर १२ वर्षे काढून तो भारतात आला. काही भारतीय पुस्तकांत यवनाचार्य या नावाने त्याचा उल्लेख आलेला आहे. बरीच वर्षे भारतात राहून, येथील ज्ञान त्याने मिळविले व मायदेशी परत गेल्यावर तेथे त्याने त्या ज्ञानाचा प्रसार केला.”

श्री. एच्. पी. ब्लॅव्हॅटस्की सांगतात, “त्याने आपल्या तत्त्वज्ञानाचा पाया, बुद्धाच्या अध्यात्मविद्येच्या विवेचनावर आधारलेला असून, त्या वेळच्या त्याचे पंथातील लोकांना हे तत्वज्ञान समजले होते,” त्या या बाबतीत, प्लेटो यांच्या तत्त्वज्ञानाचा अभ्यास करणाऱ्या संस्थेचे संस्थापक श्री. अमोनिअस यांचा आधारदेतात. प्लेटोप्रमाणे पायथॅगोरसने आपले बरेचसे ज्ञान थॉय (हर्मस) यांच्या पुस्तकावरून मिळवले. या पुस्तकातील तत्त्वज्ञान हे भारतीय तत्त्वज्ञानासारखे आहे. आणि त्यातील ज्ञानाचा संबंध ओरॅफस याच्या शिकवणुकीशी जोडण्यात येतो. प्रोक्लस म्हणतो ओरॅफस हा ग्रीसमध्ये भारतातून आला व तो मूळचा भारतीय होता. (यावेळी ख्रिच्छन धर्माचा उदयही झालेला नव्हता, ही गोष्ट येथे लक्षात ठेवावयास हवी).

अनुक्रमणिका

गाणे व गाण्यातील सूर यांचा अन्योन्य संबंध असल्याचे पायथॅगोरसला मान्य होते. गणितज्ञांनी, भूमिती, गणित आणि गायन यांचा अन्योन्य संबंध असल्याचे आता सिद्ध केले आहे.

आता ओरॅफसच्यातत्त्वज्ञानाबद्दल लोक काय म्हणतात ते पहा:—

भारत सरकारच्या शिक्षण खात्याने पुरस्कृत केलेल्या, १९५२ मध्ये लंडन येथे छापलेल्या “पौर्वात्य आणि पाश्चिमात्य तत्त्वज्ञानाचा इतिहास” या पुस्तकातील प्रस्तावना पृष्ठे २३—२४ मध्ये पुढील मजकूर आला आहे.

ओरॅफिक लोकांच्या तत्त्वज्ञानाचा मुख्य विषय मोक्षअथवा मुक्ती हा असून, ही मुक्ती मानव देहाहून भिन्न अशा आत्म्याशी जोडलेली आहे. या कल्पनेचा उदय भारतात झाल्याचे श्री. झेलर मान्य करतो. तरी पण ही कल्पना ग्रीक लोकांनी पर्शिअन लोकांपासून घेतली असावी असे त्याचे म्हणणे आहे. अलीकडील संशोधनात, झरतुष्ट्र धर्मात मोक्षाची कल्पना ही आवश्यक असल्याचे दिसून येत नाही, आणि म्हणून ही कल्पना भारतातूनच ग्रीसमध्ये गेली असे म्हणणे गैरवाजवी होणार नाही. ह्याकल्पनेचा प्रभाव प्रत्यक्ष अगर अप्रत्यक्ष रीतीने त्या कालच्या ग्रीक पंथीयावर झाला असण्याचा संभव आहे.

त्या वेळच्या ग्रीक लोकांना ज्ञान मिळविण्याकरता पूर्वेकडे प्रवास करणे अगत्याचे वाटत होते. सोलोन आणि प्लेटो यांनी पूर्वेकडे प्रवास केल्याचे सर्वांना माहीत आहेच. आणि म्हणून त्यांचे पूर्वी पायथॅगोरस किंवा इतर तत्त्वज्ञांनी भारताला भेट दिली नसेलच असे म्हणता येत नाही. परंतु अशा तऱ्हेची भेट झाल्याचे इतिहासात नमूद नाही. पायथॅगोरसचे तत्त्वज्ञानात भारतीय तत्त्वज्ञानाची बीजे असल्याचे सर्वसाधारणपणे मानण्यात येते.

अरिस्टॉटल याने त्याचा शिष्य जो अलेक्झांडर यास भारतातील ज्ञान व चातुर्य यांची माहिती मिळवण्यास सांगितले होते. अलेक्झांडरच्या स्वारीपूर्वी भारतीय ज्ञानाची कीर्ती, ग्रीक लोकांचे कानी गेल्याचे या हकीगतीवरून स्पष्ट दिसते.

श्री. ए. ए. मॅक्डोनल यांनी आपल्या “संस्कृत वाङ्मयाचा इतिहास” या पुस्तकात पुढील माहिती दिली आहे.

तत्वज्ञानविषयक वाङ्मयाचा विचार करताना असे दिसून येते की, भारतीय तत्त्वज्ञान आणि त्या वेळचे ग्रीक तत्त्वज्ञान यात खूपच साम्य आहे. ईश्वर आणि निर्मिलेली सृष्टी ही एकच आहेत, या बहुरूपी जगात सत्यता नाही वगैरे.

एम्फेडोक्लस म्हणतो:— जे पूर्वी अस्तित्वात नव्हते, त्याचा उदय नव्याने या विश्वात होणार नाही, एवढेच नव्हे तर विश्वात असलेली कोठलीही गोष्ट नाहीशी होणे शक्य नाही. भारतात सांख्यांनी पदार्थांच्या शाश्वतीबद्दल आणि त्यांच्या अविनाशी तत्त्वाबद्दल अगदी हेच विचार प्रगट केले आहेत.

अनुक्रमणिका

ग्रीक दंतकथांवरून थेल्स, एम्फेडोक्लस, अॅनॅग्झागोरस, डेमॉक्रिटस वगैरे लोकांनी भारताला त्याच्या खास तत्त्वज्ञानाचा अभ्यास करण्याकरता भेटी दिल्याचे सांगण्यात येते आणि म्हणून पर्शियामधून भारतीय विचारांचा पगडा ग्रीक वाङ्मयावर होणे हे ऐतिहासिक दृष्ट्या शक्य आहे.

वर दाखविलेल्या गोष्टीत काहीही तथ्य असो एवढी गोष्ट मात्र खरी की भारतीय तत्त्वज्ञान आणि विज्ञान यांचेवर पायथॅगोरस बराच अवलंबून असल्याचे स्पष्ट दिसते. ज्या ज्या म्हणून धार्मिक, तत्त्वज्ञानविषयक किंवा गणित विषयाच्या शिकवणुकीशी त्याचा संबंध जोडला जातो, ती सर्व शिकवण, भारतात ख्रि. पू. ६०० या काली ज्ञात होती. त्या सर्व शिकवणुकीचा प्रभाव त्या काली ग्रीक समाजात फार खोलवर पोचल्याचे दिसून येते. पुनर्जन्म; पंचमहाभूते; द्विदल धान्य खाणे निषिद्ध मानणे; धर्म व तत्त्वज्ञान यावर आधारलेले बंधुप्रेम; भूमितीत पायथॅगोरसचे नावावर असलेले प्रमेय; त्याच्या अनुयायांनी तत्त्वज्ञानविषयक केलेले गूढ गहन तर्क, या सर्व गोष्टी प्राचीन भारतातील विचाराशी अगदी तंतोतंत जुळतात. परंतु कदाचित् तो स्वतः भारतात न येता, त्याची व भारतीयांची गाठ पर्शिआत पडली असणे ज्यास्त शक्य आहे.

(८) यज्ञातील काही प्रयोगांची माहिती व शब्दांचा अर्थ.

अग्निः— मराठीत "अग्नी" हा शब्द विस्तव या अर्थी वापरतात. शुल्बसूत्रात हाच "अग्नी" शब्द, वेदी, चिती या अर्थाने वापरला आहे. ७ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेल्या वेदीला "आद्य अग्नी"म्हणण्याची चाल आहे. "एक विध" अग्नीपासून "एकशतविध"अग्नीपर्यंत, अग्नीचे निरनिराळे प्रकार सांगितले आहेत. विटाला लागणाऱ्या मातीला पण अग्नी म्हणतात.

अग्नि चयनः— सोम यागात, वेदीच्या पूर्वभागी "उत्तर वेदी" नावाचा एक ओटा तयार करतात. त्यावर भाजलेल्या विटांनी निरनिराळ्या आकाराचे ओटे तयार करतात. ह्यालाच "चयन" असे नाव आहे. चयनाचे श्येन; कंक; अलज; रथचक्र; द्रोण;सुपर्ण; प्रउग; उभयतः प्रउग; समूह्य;परिचाय्य; स्मशान; कूर्म वगैरे निरनिराळे प्रकार सांगितले आहेत. या प्रत्येक प्रकारच्या चितीत किती विटा प्रत्येक थरात असाव्या; त्या कोठे व कशा ठेवाव्या; त्याचे आकार व मापे काय असावीत याचा तपशील, त्या प्रत्येक चितीचे वर्णन करताना सांगितला आहे. श्येन किंवा सुपर्ण यांस गरुड चयन असेही म्हणतात. पहिल्या सोमयागात चयन करीत नाहीत. "वाजपेय" आणि "सारस्वत सत्र" यात चयन करू नये असे सत्याषाढ श्रौतसूत्रांत सांगितले आहे.

यजुर्वेदकाली अग्निचयनाला सोमयागाच्या बरोबरीने महत्त्व प्राप्त झाले होते. यज्ञधर्माच्या इतिहासात चयनसंस्था हा एक महत्त्वाचा टप्पा आहे. ईश्वराची परमपुरुष किंवा विश्वपुरुषरूपाने उपासना व मूर्तिपूजा याचा उगम यातच आहे. मंदिर संस्थेचा किंवा धार्मिक स्थापत्याचा प्रारंभ येथूनच होतो. शैव व वैष्णव धर्माचा उगमही अग्निचयनात झाला आहे. अग्निचयनात वैश्वानर इष्टी सांगितली आहे. या वैश्वानराचे स्वरूप त्रैलोक्यव्यापी असल्याचे शतपथ ब्राह्मणात सांगितले आहे. अग्निचयनाशी उपनिषदांचा निकटचा संबंध आहे. छांदोग्य उपनिषदातील "वैश्वानर विद्या" व "शांडिल्य विद्या" ही उपनिषदातील आत्मविद्येचे सूत्ररूप सारच होय. सोमयागाच्या साहचर्याने होणारा चयन हा एक विधिविशेष आहे. विशिष्ट मापाने विशिष्ट लांबीरुंदीच्या मोजून घेतलेल्या स्थळात २००—२०० विटांचे ठराविक आकृतीचे असे एकावर एक पाच थर रचून केलेल्या ओट्यास "चिती" अगर "चयन" असे म्हणतात. या सर्व चयनात "श्येनाकृती चयन" श्रेष्ठ

अनुक्रमणिका

गणला जातो. हल्ली श्येन चितीच करण्याचा प्रघात आहे. या चयनात उपयोगात आणावयाच्या विटांचा आकार – चौकोन, त्रिकोण, आयत अशा अनेक तऱ्हेचा असतो. ५ थर मिळून एक हजार विटा लागतात. पहिल्या खेपेस हजार; दुसऱ्या खेपेस दोन हजार; व तिसऱ्या खेपेस तीन हजार याप्रमाणे विटा मांडतात. पहिल्या चयनाची उंची गुडघ्याइतकी; दुसऱ्याची बेंबीइतकी; व तिसऱ्याची मुखाइतकी असते. यात शेवटी एकंदर १५ थर होतात. या चयन संज्ञक ओट्यावरच मुख्य अग्नीची स्थापना होत असल्यामुळे त्यास अग्नी असे म्हणतात. या चयनावरच स्थापन केलेल्या अग्नीवर, सोमरसाचे, पशूंच्या अंगांचे व निरनिराळ्या हविर्द्रव्यांचे हवन होते.

अग्निष्टोमः– हा सोमयागाचा एक प्रकार आहे. हा यज्ञ फक्त एक दिवसाचा आहे. या यागात अग्नीचा स्तोम म्हणजे स्तुती असल्यामुळे याला हेनाव मिळाले आहे. हा याग वसंतऋतूत करतात. सोमयागामध्ये हा याग प्रथम करतात. ७ सोमसंस्थांपैकी "अग्निष्टोम"नामक सोमयाग ही पहिली संस्था होय.त्या सोमसंस्था अशाः–अग्निष्टोम; अत्यग्निष्टोम; उकथ्य; षोडशी; अतिरात्र; आप्तोर्याम व वाजपेय.

अग्निहोत्रः– ज्या कर्मात रोज अग्नीला उद्देशून होम केला जातो, त्या कार्याला अग्निहोत्र असे म्हणतात. अग्निहोत्र घेणे म्हणजे गार्हपत्य; आहवनीय व दक्षिणाग्नी या तीन अग्नींचे आधान करणे. ज्याने अग्न्याधान केले असेल त्याला आहिताग्नी म्हणतात. आहिताग्नीला रोज सकाळ संध्याकाळ होम करावा लागतो.

अश्वमेधः– एक महान् सोमयाग. सर्वत्र विजय व सर्व प्रकारची समृद्धी प्राप्त करून घेऊ इच्छिणाऱ्याने अश्वमेधाचे यजन करावे असे अश्वलायन श्रौतसूत्रात म्हटले आहें (१०– ६ –१). प्राचीन काळी साम्राज्य वाढविण्याचा तो एक वैध मार्ग होता."श्रीवैराष्ट्रमश्वमेधः" अश्वमेध म्हणजे समृद्धी व राष्ट्र होय असे म्हणून त्याला राष्ट्राचे व समृद्धीचे प्रतीकच मानले आहे."राजा वा एष यज्ञानां यदश्वमेधः"अश्वमेध हा सर्व यज्ञांचा राजा असेही म्हटले आहे.(श. ब्रा. १३–२–२–१; १३–२–९–२; तै. ब्रा. ३–९–७–१). हा यज्ञ ऋग्वेद कालापूर्वी बरीच वर्षे प्रचारात येऊन रूढ झाला होना.

आग्नीध्रः— अध्वर्यूच्या हाताखालचा एक ऋत्विज. अध्वर्यूच्या सगळ्या कामाची माहिती याला असावी लागते. यज्ञाचे रक्षण करणे हे त्याचे प्रमुख काम आहे. प्रत्यक यागाचे पूर्वी अध्वर्यू त्याला सर्व ठीक आहे ना असे विचारतो व हातात 'स्फ्य' (लाकडी तलवार) घेऊन तो सर्व ठीक आहे असे सांगतो. याला "प्रत्याश्रावण" असे म्हणतात. दर्शपूर्णमास; पशुयाग, सोमयाग इत्यादी सर्व यागांत आग्नीध्र असावा लागतो. सोमयागात याला विशेष महत्त्व आहे. त्याच्यासाठी स्वतंत्र आग्नीध्रिय मंडप असतो. जो याज्या मंत्र म्हणतो त्याला या यागात सर्वांच्या आधी दक्षिणा मिळते. ब्रह्मगणांत त्याचे तिसरे स्थान आहे.

आधानः— आपल्या घरात सदैव अग्नी रहावा या हेतूने केलेले धार्मिक कार्य. जो माणूस आपल्या घरात नेहमी अग्नी रहावा अशी इच्छा करतो व त्याप्रमाणे रहाण्याचा प्रयत्न करतो त्याला अग्निहोत्री म्हणतात. अग्निहोत्राचा स्वीकार करतेवेळी करावयाचा "अग्न्याधान" हा एक विधी आहे. शमीच्या वृक्षात वाढलेल्या पिंपळाच्या झाडाच्या लाकडाच्या "अरणी" करून, त्यांच्या घर्षणाने उत्पन्न झालेला अग्नी, तीन किंवा पाच ठिकाणी स्थापन करावयाचा.गार्हपत्य; आहवनीय व दक्षिणाग्नी ही त्यातील तीन अग्नींची नावे होत. कोणी तीन अग्नींची स्थापना करतात तर कोणी पाच. राहिलेल्या दोन अग्नींची नावे "सभ्य" आणि "आवसथ्य" अशी आहेत.

अनुक्रमणिका

आहवनीयः—"आहूयते आज्यादिभिरस्मिन्" आज्यादि हवनीय द्रव्यांनी ज्यात आहुती दिल्या जातात तो आहवनीय अग्नी होय. अग्निहोत्र्याच्या तीन अग्नीपैकी हा एक असतो. अग्निशाळेत गार्हपत्याच्या मध्य बिंदूपासून पूर्वेला ८,१२ किंवा अधिक प्रक्रमांवर आहवनीयाचे स्थान (आयतन) असते. हे समचौरस असून त्याला दोन मेखला असतात. गार्हपत्यातून अग्नी आणून आहवनीय सिद्ध करतात.

उतरा वेदिः— यज्ञाचे जागी, पूर्व भागी पण उत्तरेला जी वेदी तयार करण्यात येते तिला उत्तरावेदी म्हणतात.

उत्करः— वेदीच्या उत्तरेला, कचरा टाकण्याकरता जी जागा केलेली असते, त्या ठिकाणाला उत्कर म्हणतात. ही जागा नेहमी वेदीच्या बाहेर असते.

उदगयनः— २१ डिसेंबर ते २१ जून या सहा महिन्यांत,उत्तरेला सूर्य किंवा स्वाती नक्षत्राकडे जास्त झुकतो म्हणून या कालाला उदगयन असे म्हणतात.

गार्हपत्यः— एक मुख्य अग्नी. अग्निहोत्र शाळेत २७ अंगुले व्यासाचे एक वर्तुळाकार कुंड तयार करतात. याला दोन मेखला असतात. ६ बोटे रुंद व सहा बोटे उंच असा वर्तुळाकार ओटा हीपहिली मेखला. त्याच्यावर ४ बोटे रुंद व ६ बोटे उंच असा दुसरा ओटा असतो. ही दुसरी मेखला. दोन मेखलांनी युक्त असे जे हे वर्तुळाकार कुंड बनते त्याला गार्हपत्यायतन म्हणतात, व यातच अग्नी ठेवलेला असतो.

अग्निहोत्राचे वेळी अरणीचे मंथन करून हा अग्नी विधिपूर्वक उत्पन्न करतात. हा अग्नी गार्हपत्यायतनात ठेवणे म्हणजेच अग्न्याधान होय. हे अग्न्याधानकरणाऱ्या यजमानाला गृहपती म्हणतात. यावरूनच या अग्नीला गार्हपत्य हे नाव मिळाले आहे. या तीन अग्नीमध्ये हा अग्नी मुख्य असतो. त्याचे अहोरात्र संरक्षण करावयाचे असते. त्यातूनच प्रत्येक कर्माचे वेळी आहवनीयाचे व दक्षिणाग्नीचे उद्धरण किंवा प्रणयन करतात. त्याला पिता व दक्षिणाग्नी ही माता मानतात. गार्हपत्य, आहवनीय व दक्षिणाग्नी हे तिन्ही अग्नी नित्य धारण करावे असा एक पक्ष आहे. त्याचप्रमाणे गार्हपत्याचे आयतन चौकोनी असावे असाही एक पक्ष आहे.

चतुष्कोणः— भारतातील शिल्पाचे चतुष्कोण हे अत्यंत आवश्यक व परिपूर्ण असे रूप आहे, असे स्टेला कामरिश म्हणतो. चतुष्कोणाचा उगम वर्तुळापासून होतो. बाहेर पडणारी शक्ती केंद्रबिंदूपासून निघून वर्तुळाचे रूप धारण करते, व चतुष्कोणाच्या रूपात स्थिरता पावते. चतुष्कोण हा नियमबद्धता, परिपूर्ण जीवन व मृत्यूनंतरची परिपूर्णता यांचे प्रतीक मानतात.

चातुर्मासः—आषाढ शु. ११ पासून कार्तिक शु. ११ पर्यंत; किंवा आषाढ शु. १५ पासून ते कार्तिक शु. १५ पर्यंत होणाऱ्या चार महिन्यांच्या काळाला चातुर्मास असे म्हणतात. दक्षिणायन ही देवांची रात्र व उत्तरायण हा त्यांचा दिवस. कर्क संक्रातीला उत्तरायण पूर्ण होते व दक्षिणायनाला सुरवात होते. कर्क संक्रांत आषाढातच असते, म्हणून त्या एकादशीस शयनी असे म्हणतात, कारण त्या वेळेसच देवांची रात्र सुरू होते.

अनुक्रमणिका

चातुर्मास्य यागः— या यागात वैश्वदेव; वरुणप्रघास; साकमेघ व शुनासिरीय अशी चार पर्वे आहेत. दर ४ महिन्यांनी यातील एकेक पर्व करायचे असते; म्हणून याला चातुर्मास्य याग असे म्हणतात. सांप्रत चारी पर्वे एकदम करण्याची पद्धत आहे. वैश्वदेव पर्व चैत्री पौर्णिमेला केल्यास, वरुण प्रघास व साकमेध ही पर्वे अनुक्रमे श्रावण व मार्गशीर्ष यांच्या पौर्णिमेला येतात. शुनासिरीय केव्हाही केले तरी चालते.

वैश्वदेव पर्वः— ही एक इष्टी आहे. या पर्वातील मुख्य देवता विश्वदेव ही आहे, आणि यामुळे त्याला वैश्वदेव असे म्हणतात. गार्हपत्य, आहवीय व दक्षिणाग्नी यातीन अग्नीवर ही इष्टी होते. या पर्वात एकंदर आठ देवता असून त्यांना निराळे हविर्द्रव्य लागते.

वरुण प्रघासः—यात दोन इष्टी असतात. यातली पहिली इष्टी फार मोठी असते. तिच्यात मरुत व वरुण या देवता प्रमुख असतात. अन्य देवता वैश्वदेव पर्वाप्रमाणेच. या पर्वात यव वापरतात. या यवावर वरुणाची मालकी असते. त्यामुळे या पर्वाला वरुण प्रघास पर्व असे म्हणतात. या पर्वात आहवनीयाच्या पूर्वेला दोन वेदी तयार करतात. उत्तरेकडील वेदी अध्वर्यूच्या व दक्षिणे कडील वेदी प्रतिपस्थात्याच्या जधिकारात असते. अध्वर्यू ज्या क्रिया करील त्यांचे प्रतिपस्थाता अनुकरण करतो.

साकमेधः— याचा शब्दशः अर्थ बरोबर किंवा एकाच वेळी अग्नी प्रज्वलित करणे असा आहे. हे पर्व दोन दिवस चालते.

शुनासिरीयः— या पर्वाची मुख्य देवता इंद्र ही आहे. शुनासीरौ हा शब्द ऋग्वेदात आढळतो. (४—५७—५)शून = वायू व सीर = आदित्य. शत. ब्रा. (२—६—३—२) या ठिकाणी शुन=वैभव व सीर=सार असा अर्थ घेतला असावा असे वाटते. ही इष्टी केल्याने धनधान्य व पशू यांची समृद्धी लाभते.

चितिः— चिति हा शब्द “चि” ह्या धातूपासून झाला आहे. ह्या धातूचा र्थ मांडणे किंवा रक्षण करणे असा होतो. भाजलेल्या विटा मांडून जी आकृतीतयार होते तिला चिती म्हणतात. विटांच्या विशिष्ट आकृतींच्या स्थंडिलावर अग्नी स्थापून त्याचे रक्षण करावयाचे असल्यामुळे रक्षणार्थाने सुद्धा चिती शब्द सार्थ होऊ शकेल. पण श्रौत प्रकरणात विटा मांडून तयार होणाऱ्या आकृतीला अनुसरून “चिती” शब्द वापरण्याचा प्रघात आहे.

चितीच्या एका प्रकाराला “श्येन चिती” असे नाव आहे. श्रौतात या चितीला इतर चितीहून अधिक मान आहे. ह्या चितीचे एकावर एक असे प्रत्येकी २०० विटांचे पाच प्रस्तर (थर) असतात. पाच थर मिळून एक हजार विटा होतात. विटाही निरनिराळ्या आकाराच्या असतात.

श्येनचिती खेरीज आणखी १७ प्रकारचे चयन म्हणजे चिती आहेत. त्यांची नावे:— (१) छंदश्रिती, (२) कंक, (३) अलज, (४) प्रउग, (५) उभयतः प्रउग, (६) रथचक्र, (७) द्रोण, (८) समूह्य, (९) परिचाय्य, (१०) कूर्म व (११) स्मशान. या शिवाय ७ प्रकारच्या विहव्य चिती. या विहव्य चितीना “धिष्ण्या” असेही म्हणतात.

या १७ प्रकारच्या चितीखेरीज पाच प्रकारच्या “काठक संज्ञक” चिती आहेत. या चिती काठक मुनींनी प्रचारात आणल्या. त्यांची नावे:— (१)सावित्र;(२) नचिकेत; (३) चातुर्होम; (४) वैश्वसृज व (५)

अनुक्रमणिका

वरुण केतू. या चितीत विटा मांडीत नाहीत. एकाला एक वेष्टणारी ९ मंडले काढून या नऊही मंडलावर विटांचे ऐवजी चुनखडीचे खडे मांडतात.

चात्वालः— पशुयागात किंवा सोमयागात यज्ञमंडपाच्या पूर्व बाजूस उत्तरवेदी नावाचा एक ओटा तयार करावयाचा असतो. त्यासाठी महावेदीपासून चार पावलावर एक खड्डा खणून त्यातील माती मंत्रपूर्वक आणून तो ओटा तयार करतात. या खड्ड्यालाच चात्वाल असे म्हणतात. अग्नी चयनांसाठी लागणाऱ्या विटा चात्वालातून निघालेल्या मातीच्या कराव्या असे सांगितले आहे. यज्ञातील निरुपयोगी वस्तू चात्वालात टाकतात.

ज्योतिष्टोमः— एक सोमयाग. अग्निहोत्री यजमानाने हाच सोमयाग प्रथम करावयाचा असतो. सोमयागात सामगानाच्या वेळी ऋचांची आवृत्ती करून त्यांची संख्या वाढविली जाते. त्याला स्तोम म्हणतात. त्रिवृत्; पंचदश; सप्तदश आणि एकविंश या चार स्तोमांना तैत्तिरीय ब्राह्मणात ज्योती असे म्हटले आहे. (१–५–११–१). पहिल्या सोमयागातील सामगानामध्ये या चारही स्तोमांचा समावेश होत असल्यामुळे यासोमयागाला ज्योतिष्टोम म्हणतात. या यागाची समाप्ती अग्निष्टोम स्तोत्र गाऊन करतात. याचा सर्व विधीही अग्निष्टोमाप्रमाणेच करावा असे सांगितले आहे.

दक्षिणायनः— २१ जून ते २१ डिसेंबर या ६ महिन्यांत सूर्य दक्षिणेकडे झुकत असतो. या कालात तो चित्रा नक्षत्राकडे सरकतो. त्या वेळी तो दक्षिणेकडे झुकतो म्हणून त्याला दक्षिणायन असे म्हणतात.

प्रक्रम :— जमीन मोजण्याचे माप.

"आधाने पदिकं कुर्यात्सोमे तु द्विपदो भवेत् ।
अग्नौ च त्रिपदं कुर्यात्प्रक्रमं याज्ञिको बुधः ॥"

प्रक्रमाचे माप आधानात एक पदाचे, सोमयागात दोन पदांचे व मोठ्या यज्ञात तीन पदांचे करावे.

मंडपः— सोमयागात प्राग्वंश; सदस; हविर्द्धान व मार्जालीय वगैरे मंडप बांधावयाचे असतात. त्यांचे वर्णन पुढे दिले आहे.

प्राग्वंशः— ज्या मंडपाच्या आढ्याला, पूर्वेला शेंडा करून बांबू लावतात त्याला प्राग्वंश असे म्हणतात. यज्ञाचे जागी प्रथम ह्याची उभारणी करतात. या मंडपाची (पूर्व–पश्चिम) लांबी १६ प्रक्रम व दक्षिणोत्तर रुंदी १२ प्रक्रमअसते. चारी दिशांना मधोमध एक अरत्नी रुंदीची चार व ईशान्य कोपऱ्यात एक अशी पाच दारे असतात. पूर्व बाजूचे खांब किंचित् उंच असतात. चारी बाजूंनी कूड घालून मंडप बंद करतात.

सदस्ः— सदस् म्हणजे सभास्थान. हा मंडप महावेदीच्या पश्चिमेला असतो. त्याची लांबी १८ अरत्नी व रुंदी ९ अरत्नी असते. "सदो मण्डपः दैर्ध्ये अष्टादशारत्निः । विस्तारे नवारत्निः तथा च मुख्यमण्डपस्याभ्यान्तर एव पूर्वभागे भवति ।"मुख्य मंडपाच्या आत पूर्वभागी हा मंडप असावा व तो १८ अरत्नी लांब व ९ अरत्नि रुंद असावा असे सांगितले आहे. या मंडपाच्या पूर्व व पश्चिम बाजूस दोन दारे

ठेवतात. उत्तरेकडे शेंडे करून ९ वासे घालतात. पूर्व व पश्चिम या दोन्ही बाजूंचे खांबठेंगणे असतात. यामुळे हा मंडप दुपाखी व सुंदर दिसतो.

हविर्द्धानः— हविर्द्रव्ये ठेवण्यासाठी तयार केलेला मंडप. “हविर्द्धान मंडपो दशहस्तः समचतुरस्रश्च” हा मंडप चौरस व १० हात लांबी रुंदीचा असतो. ह्याला पूर्वेकडे एक व पश्चिमेकडे एक अशी दोन दारे असतात. पूर्व दाराजवळच्या खांबाला दर्भ गुंडाळतात.

आग्नीध्रीय व मार्जालीयः— हे दोन मंडप महावेदीच्या दक्षिणोत्तर असतात. आग्नीध्रीय उत्तरेला व मार्जालीय दक्षिणेला. या मंडपांचा अर्धा अर्धा भाग महावेदीच्या आत व अर्धा अर्धा भाग बाहेर असतो. हे दोन्ही मंडप १२० अंगुलेमापांचे चौरस असतात. आग्नीध्रीय मंडपास दक्षिणेकडे तोंड करून एक दार असते. व मार्जालीय मंडपास उत्तरेकडे तोंड करून एक दार असते.

विमितः— विमितं चतुरस्रं स्याद्दशारत्निः प्रमाणतः।

“विमितं” इति मंडप विशेषः सोमयागे प्रसिद्धः॥
सोमयागात विमित नावाचा मंडप प्रसिद्ध आहे. तो १० अरत्नी मापाचा समचौरस असतो.

शालाः— “विंशति करायामा दशकर विस्तृनायतः शाला प्रोक्ता। उदगायता तु शाला सूत्रेषूक्ताः। तामेवात्र सूत्रकारो ब्रवीति। सैव सोमे प्रागायता ग्राह्यः।

शाला मंडप २० हात लांब व १० हात रुंद असतो. त्याचे तोंड उत्तरेकडे असावे, असे सूत्रात सांगितले आहे. परंतु सोमयागात मात्र त्याचे तोंड पूर्वेला करावे असे सूत्रकार सांगतात.

विषुवत्ः— ज्या दिवशी सूर्य निश्चित पूर्वेला उगवतो तो दिवस. वर्षातून दोन वेळा २१ मार्च व २१ सप्टेंबर या दिवशी निश्चित पूर्वेला उगवतो. त्या दिवशी तो मेष व तुला या राशीत असतो. यज्ञकालातील जो दिवस त्या कालाच्या मधोमध येईल तो विषुवत् समजला जातो.

वेदिः— यज्ञाकरता तयार केलेली जागा.

दार्शिक वेदिः— दर्शपूर्णमासेष्टीच्या वेळी ज्या वेदीचे काम लागते ती दार्शिक वेदी. हिची पूर्व पश्चिम लांबी ९६ अंगुले असते. हिची रुंदी नियमित नाही. यज्ञपात्रे मावतील एवढी रुंदी ठेवावयाची. मात्र दोन्ही बाजूस बाक हा पाहिजेच. पूर्वेला व पश्चिमेला बाक पाहिजेच असा नियम नाही. ही वेदी ४ अंगुले खोल खणावी असे सांगितले आहे. नंतर तो खड्डा बारीक कोरड्या मातीने भरून काढावा असा विधी सांगितला आहे.

पाशुक वेदिः— ऐंद्राग्न इत्यादी पशुयागांसाठी जी वेदी तयार करावयाची असते तिची पूर्व पश्चिम लांबी १८८ अंगुले असावी लागते. ही वेदी पश्चिमेला १०४ अंगुले व पूर्वेला ८६ अंगुले रुंद असते. या वेदीची दुसरी मापे अशी आहेत:—

अनुक्रमणिका

पूर्व पश्चिम लांबी	=	६ अरत्नी (हात)	=	१४४ अंगुले.
पश्चिम बाजू	=	४ अरत्नी	=	९६ अंगुले.
पूर्व बाजू	=	३ अरत्नी	=	७२ अंगुले.

या वेदीतच एक चतुष्कोणी उत्तरवेदी असते. ही ३६ अंगुले उंच व त्या मानाने रुंद अशी ओट्यासारखी असते. ही उत्तरवेदी चात्वालातून माती आणून तयार करावी. ती माती अध्वर्यूने काढावयाची व त्याचा ओटा ३६ अंगुले उंचीचा व उंचीच्या मानाने रुंदी घेऊन करावयाचा. या उत्तरवेदीवर"नाभी" या नावाचा गाईच्या पावला एवढा लहान चौरस ओटा असतो.

सौमिक वेदिः— अग्निष्टोम वगैरे सोमयागात ही वेदी करतात. तिची आकृती पाशुकवेदीसारखीच असते, पण लांबी, रुंदी जास्त असते.

पूर्व पश्चिम लांबी	=	३६ प्रक्रम. (प्रक्रम = २ पदे).
पश्चिम बाजू	=	३० प्रक्रम
पूर्व बाजू	=	२४ प्रक्रम.

या वेदीतही १० पद मापाचा उत्तर वेदीचा चौरस ओटा असतो. कित्येक वेळा पूर्व बाजू = ८ पदे आणि पश्चिम बाजू = १२ पदे असा उत्तर वेदीचा ओटा तयार करतात. या वेदीला महावेदी असेही म्हणतात.

शुल्बः— दोरी किंवा मोजण्याची काठी. दोरी वळण्याचा विधी यज्ञकार्मात इष्ट आहे. दर्शपूर्णमास यागांमध्ये वेदीत अंथरण्यासाठी दर्भ कापून आणतात. त्याचप्रमाणे अग्नी प्रज्वलनासाठी समिधा तोडून आणतात. त्या दर्भांचा व समिधांचा भारा बांधण्यासाठी अध्वर्यूला दोऱ्या वळाव्या लागतात. त्या दोऱ्या दर्भाच्याच वळतात. यादोऱ्यांना तीन सांधे असतात. प्रथम दोन पेढ घेऊन वळावयाचे व शेवटास दोन पेढ जोडून वळावयाचे या प्रमाणे तीन सांध्यांची दोरी होते. या त्रिसंधी दोरीस "शुल्ब" किंवा "त्रिसन्नहन" म्हणतात. तीन सांधे जोडून नियमित लांबीची वळलेली दोरी ती "शुल्ब" व वाटेल तितकी व कमी जास्त वळलेली व अनियमित सांधे असलेली ती "रज्जु" किंवा "रशना" होय.

सौत्रामणिः— सुराद्रव्यप्रधान असा हा एक स्वतंत्र याग आहे. चयनाच्या अनुष्ठानानंतर तदंगभूत म्हणूनही शेवटी सौत्रामणी याग करण्याचा विधी आहे. या शिवाय राजसूय, अश्वमेध, पुरुषमेध, वाजपेय, अतिरात्र अशा प्रकारचे निरनिराळे याग आहेत.

दर्शपूर्णमासः— अमावास्या व पौर्णिमा या दोन पर्वांचे दिवशी संकल्प करून दुसऱ्या दिवशी जी इष्टी करावी लागते तिला अनुक्रमे "दर्शेष्टि" व "पौर्णिसासेष्टि" म्हणतात. या दोन्ही इष्टींना अनुलक्षून "दर्शपूर्णमास" असे म्हणतात. अमावास्येच्या इष्टीत अग्नी व इंद्राग्नी व पौर्णिमेच्या इष्टीत अग्नी व अग्निष्टोम या देवांना हविर्भाग द्यावयाचा असतो. अग्निहोत्री सोमयाजी असेल तर तो आमावास्येच्या इष्टीत एक वर्ष इंद्राग्नीचे जागी इंद्राचे व पुढे नेहमी महेंद्रदेवतेचे यजन करतो. त्याच प्रमाणे पौर्णिमेच्या इष्टीत कोणाचे मते प्रजापती अगर विष्णू यांना तुपाचा हवी अर्पण करावयाचा व"इंद्रावे मृध" या देवतेचाही एक पुरोडाश करून यजन करण्याचा सांप्रदाय सूत्रभेदानुरूप असतो. हवीचे अग्नीत समर्पण झाले म्हणजे चारी ऋत्विज व

यजमान उरलेल्या हविर्द्रव्याचे भक्षण करतात. या इष्टीची दक्षणा म्हणून चारी ऋत्विजांना भातच शिजवून द्यावयाचा असतो.

काही शब्दांचे अर्थ व स्पष्टीकरण

अक्ष= १०४ अंगुले लांबीचे रथाच्या मागील बाजूच्याआसाचे माप. शिखण्डिनी किंवा एकादशिनी वेदीला लागणारे प्रक्रम माप ठरविण्याकरिता या मापाचा उपयोग करतात.
अक्ष्णया= कर्ण किंवा कर्णिका.
अभ्यास किंवा अभ्यस्य= दुप्पट करून.
अपरिमित= जे मापलेले नाही ते. सूत्रात या शब्दाचा वापर ज्या ज्या ठिकाणी आला असेल,त्या त्या ठिकाणी सांगितलेल्या मापांपेक्षा थोडे जास्त असा त्याचा अर्थ करावा असे सांगितले आहे.
अतिरिक्त= उरलेला.
अन्नःपात्य= दक्षिणाग्नी.
अवट= गर्त = खड्डा.
अव्रण= गाठाळ नसलेले.
अस्त्रि= बाजू किंवा कोन.
अंगुल= लांबी मोजण्याचे सर्वात लहान माप.
(१) ६ यव एकमेकाला रुंद बाजूने जोडले असता जे माप येईल ते.
(२) किंवा पुरुष मापाचा १२० वा भाग.
आगन्तु= मूळ प्रमाण मापात केलेली वाढ.
इष्टका= भाजलेली वीट.
छिद्=तोडणे; भाग पाडणे.
जरठ=जुने.
तिर्यच=समांतर; तिरकी; आडवी.
तिर्यङ्मानी=दक्षिणोत्तर लांबी.
त्रि=तीन; तिप्पट क्षेत्र करणारी बाजू. (√३). त्रिकरणी.
तृतीय= एक तृतीयांश.
तृतीय करणी= १/३ क्षेत्र करणारी बाजू =√१/३.
त्रिगुण= तिप्पट. ज्या वेळेला अश्वमेध यज्ञाचे क्षेत्र मूळ अग्नीच्या तिप्पट असते त्या वेळेस त्याला त्रिगुण असे म्हणतात.
त्रिवृता= तिपेढी. ज्या वेळी तीन दोऱ्या एकत्र करून दोरी वळली जाते, त्या दोरींला तिपेढी दोरी असे
इषु= बाण. त्रिकोणाच्या वरच्या कोन बिंदूपासून तिर्यङ्मानीच्या मध्य बिंदूला जोडणारी रेषा.
ईषा= १८८ अंगुले लांबीचे एक माप. रथामध्ये पूर्वेकडून पश्चिमेकडे जाणारे लाकूड. हे माप वेदीची पूर्व पश्चिम लांबी दाखवते.
उच्चय= वाढ.
उपन्यास= स्पष्ट करून सांगणे.
उपख= खड्डा.
उभय= दोन्ही.
उत्तर=नंतरचा; पुढे येणारा.
ऋजु= सरळ.
कंक= एक पक्षी. पक्ष्याच्या आकाराची चिती.
कर्ण= अक्ष्णया;कर्णिका.
करणी=चौरस अगर तत्सम चौकोनी क्षेत्राची बाजू, जिच्यामुळे त्या आकाराचे क्षेत्र तयार होते ती. किंवा अपूर्ण आकड्याला करणी म्हणतात. जसे :
द्विकरणी=√२ त्रिकरणी =√३;
तृतीय करणी = १/३. दश करणी =√१० चत्वारिंशत्करणी=√४०.
कृष्णल= गुंज.
च्यु= ठरलेल्या ठिकाणापासून ढळणे.
बाजूस सरकणे.
निरञ्छन= काटकोन त्रिकोन करण्यासाठी प्रमाण दोरीवर करावयाची खूण. ही खूण हातात धरून, पूर्वेला व पश्चिमेला असलेल्या खुंट्यात दोरीचे फास अडकवून, हे चिन्ह दक्षिणेला अगर उत्तरेला खेचले असता, काटकोन त्रिकोण तयार होतो.
निगद= भाषण.
नीहार= दाट धुके.
पद= लांबी मोजण्याचे माप. हे माप दोन प्रकारचे आहे. (१) क्षुद्रपद = १२ अंगुले. (२) दीर्घपद = १५ अंगुले.
पद्या= १२X१२ अंगुले मापाच्या चौरस विटेचे नाव.
परिग्रहः= धरणे; ताब्यात ठेवणे.

अनुक्रमणिका

म्हणतात,
दा= देणे.
दारु= लाकूड.
दीक्षा= एक धार्मिक विधी.
द्वि= दोन.
द्विकरणी= दुप्पट क्षेत्र करणारी बाजू. (√२).
द्वितीय= अर्धा.
द्वितीय करणी= १/२ क्षेत्र करणारी बाजू.
द्विगुण= दुप्पट, ज्या वेळेला अश्वमेध यज्ञाचे क्षेत्र मूळ यज्ञ क्षेत्राच्या दुप्पट असते, त्या वेळेस त्याला द्विगुण असे म्हणतात.
द्रोण= एका चितीचे नाव. ती चौरस किंवा वर्तुळाकार असते.
द्विकर्ण= वषम कोन असलेली आकृती.
एककर्ण = सारखे कोन असलेली आकृती.
दीर्घचतुरस्त्र = आयत.
प्राची = पूर्व पश्चिम लांबी.
बृहती= २४ X २४ अंगुलांची वीट.
भूयः= ज्यास्त.
मुद्गर= खुंट्या ठोकण्याचा लाकडी हातोडा.
युग= दोन. गाडीचे जोखड.
यूप=खांब. ब्रळी द्यावयाच्या पशूला यज्ञात ज्या खांबाला बांधतात तो खांब.
रज्जू= दोरी,
रथचक्र= रथाच्या चाकाच्या आकाराची वाटोळी चिती.
लक्षण= चिन्ह.
वर्षीयस= मोठी किंवा लांब बाजू.
वितस्ति= वीत किंवा १२ अंगुले.
विष्कंभ= वर्तुळाचा व्यास.
वेदि= यज्ञाकरता तयार केलेली जागा.
व्याम= दोन्ही हात जमिनीशी समांतर वर केले असता, त्या दोन हाताच्या बोटामधील अंतर. ह्याचे माप येथे ९६ अंगुले दिले आहे.
व्यायाम – एक लांबी दर्शविणारे माप
= १२० अंगुले. = १ पुरुष.
व्यास= विष्कंभ. विभाजन.
वृन्त= डेख.
वृत्त= वर्तुळ.
परिभाषा= सर्वंकश व्याख्या.
पाद= एक चतुर्थांश.
पाश= प्रमाण दोरी खुंटीत अडकवता यावी यासाठी तिच्या दोन्ही टोकांना केलेला फास.
पार्श्वमानी= पूर्व पश्चिम बाजू.
पितृमेध= मृत पितरांसाठी केलेला यज्ञ.
पुरस्तात्= अगोदर; पूर्वी.
पुरीष= मातीचा ढीग. ओल्या मातीचा राडा.
पुष्कर= कमळ.
प्रउग= त्रिकोण.
प्रमा= परिमित; मर्यादित.
प्रमाण= निश्चित केलेले माप.
प्रतिज्ञा= निश्चय करून सांगणे,
प्रतिषेधः= निषेध.
पृथक्= निरनिराळे.
पृथु= रुंद.
अं.) एक वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ
= १२० X १२०
=१४,४०० वर्ग अंगुले.
$\dfrac{१४,४००}{१६}$ = ९०० व. अं.
= ३० X ३० अंगुले.
सम= सारखा. एका पातळीत असलेला.
समचतुरस्त्र= समचौरस. (ज्याचे सर्व कोन काटकोन आहेत व चारी बाजू सारख्या आहेत असा).
समास= एकीकरण.
समाधि= जवळ आणणे; एकत्र करणे, समाधान.
समुह्य= एके ठिकाणी एकत्र केलेले.
सर्षप= मोहरी.
सौमिक= सोम वेदीला उद्देशून.
सूत्र= थोडक्या शब्दांत बराच आशय प्रगट करणारे वाङ्मय. दोरी.
स्थपति= शिल्पकार.
संख्यासमासभगङ्= दोन दोऱ्या ज्या ठिकाणी जोडल्या जातात, त्या दोन दोऱ्यांना एके ठिकाणी जोडणाऱ्या सांध्याला “संख्यासमासभङ्ग” असे म्हणतात.
ऱ्हास= कमी करणे.

अनुक्रमणिका

वृद्ध करणी= लांब बाजू.
शम्या= ३२ अंगुलांचे एक माप.
शङ्कू= खुंटी.
शिल्पिन्= शिल्पशास्त्र जाणणारा.
षोडशी= एक वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा १/१६ भागाएवढे क्षेत्रफळ असलेली समचौरस आकाराची वीट. (३० X३०

ऱ्हसीयस= आखूड बाजू.
ऱ्हास्वकरणी= आखूड बाजू.
ऱ्हा= वगळणे.
हृ= जबरदस्तीने घेऊन जाणे. कमी करणे .

अनुक्रमणिका

परिशिष्ट : २

शुल्ब सूत्रात येणाऱ्या काही सिद्धान्तांचे विवेचन

(९) कर्णावरील प्रमेय, त्याची भारतात झालेली वाढ व प्रगती.

कर्णाच्या वर्गाबरोबर (काटकोन त्रिकोणातील) त्याच्या दोन्ही बाजूंच्या वर्गांची बेरीज असतेया सिद्धांताचा शोध लावण्याची गरज कोणत्या कारणाने उत्पन्न झाली व त्यासाठी त्यांनी काय प्रयत्न केले हे शुल्बसूत्रांवरून ठरविण्याचा प्रयत्न या लेखात केला आहे. त्यावरून भारतात झालेली या सिद्धांताची वाढ व प्रगती या गोष्टीची माहिति मिळेल.

ही प्रगती पुढील तीन कारणाने झाली असावी:—

(१) पूर्व पश्चिम दिशा ठरविणारी रेषा, तसेच श्रोणी व अंस दर्शविणारी बिंदुस्थाने.

(२) फार पुरातन कालापासून ३, ४ व ५ आणि ५, १२ व १३ अशी भुजांची लांबी असलेले दोन काटकोन त्रिकोण.

ह्या नंतर या काटकोन त्रिकोणात आणखी काही काटकोन त्रिकोणांची भर पडली.

(३) परंतु ज्या वेळेला वरील दोन्ही रीतींनी, वेदींची रचना करताना अडचणी येऊ लागल्या व वरील सर्व रीती अपुऱ्या पडू लागल्या, त्या वेळी वरील सिद्धांताचा शोध आवश्यक झाला.

आता वरील विधानांचा विचार आपण कमशः करू:—

(अ) कात्यायनांनी पहिल्या रीतीचे वर्णन अध्याय १ सूत्रे ६ ते १० यांत सविस्तर केले आहे, त्याचा सारांश असा:—

प्रथम पूर्वेला व पश्चिमेला प्रमाणांइतक्या अंतरावर एकेक खुंटी ठोकून, त्या खुंट्यांत फास अडकवून, निरञ्छन चिन्ह आग्नेय दिशेला खेचून अंस चिन्हांवर खुंटी ठोकावी. अशाच रीतीने निरञ्छन चिन्ह ईशान्य दिशेला खेचून तेथेही अंसाची खुंटी ठोकावी. नंतर फास बदलून वर सांगितल्याप्रमाणेच पश्चिमेला (उत्तर व दक्षिण) या दिशांकडे निरञ्छन चिन्ह खेचावे व श्रोणिबिंदूवर खुंट्या ठोकाव्या.
का. ४.

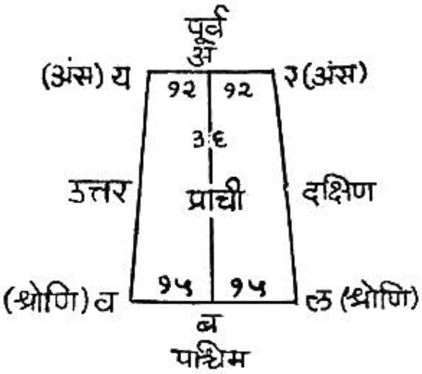
हे अंस व श्रोणिबिंदू कसे निश्चित करावे हे सूत्रे १६ ते २० मध्ये सांगितले आहे. श्रोणी व अंस ही श्रुतीत सांगितलेल्या मापाप्रमाणे करावी. जर दिलेले माप चौरसाचे असेल तर चौरसाच्या प्रमाणदोरीच्या अर्धे माप खुणेसाठी घ्यावे. जर आयताचे माप दिले असेल तर आयताच्या तिर्यङ्मानीच्या (उत्तर दक्षिण रेषा) अर्ध्या मापाने खुणा कराव्या. त्रिकोण (साधावयाचा) असेल तर अंस चिन्हाची जरूरी भासणार नाही. परंतु श्रोणीच्या चिन्हांकरता तिर्यङ्मानीच्या अर्ध्या मापाने खुणा कराव्या. थोडक्यात प्राची अथवा पूर्व-पश्चिम

अनुक्रमणिका

रेषा ही अक्षरेषा मानून श्रोणी व अंस चिन्हे तिर्यङ्मानीच्या अर्ध्या मापाने निश्चित करावी व यासाठी हवे असलेले काटकोन निरञ्छन चिन्हाने साधावे. वरील सर्व विचार ध्यानात येण्यासाठी आपण महावेदीचे उदाहरण घेऊ. महावेदीचा आकार समांतर द्विभुज चौकोन आहे. या वेदीची पूर्व-पश्चिम लांबी ३६ व दोन समांतर भुजांची मापे २४ व ३० अशी आहेत. आता ही आकृती वरील नियमाने कशी करता येते ते पाहा.

प्रथम **अब**ही ३६ मापाची पूर्व-पश्चिम रेषा काढा. नंतर पूर्वेला **बअर** हा काटकोन निरञ्छन चिन्हाचा उपयोग करून तयार करा.

अ या बिंदूपासून, उत्तरेला व दक्षिणेला, पूर्व बाजूच्या अर्ध्या मापाने, १२ मापांचे अंतरावर, **य** व **र** हे अंसबिंदू निश्चित करा.



याच प्रमाणे **ब** बिंदूपासून पश्चिमबाजूच्या अर्ध्या मापांने, १५ मापांचे अंतरावर, निरञ्छन चिन्हाने **अबल** हा काटकोन तयार करून **ब** या बिंदूपासून उत्तरेला व दक्षिणेला **व** व **ल** हे श्रोणिबिंदू निश्चित करा.

असे केल्याने **यरलव** हा महावेदीचा बाह्य आकार तयार होतो.
अशा रीतीने कोठलीही सरळ रेखाकृती तयार करणे अगदी सोपे आहे.
या साठी पुढील दोन गोष्टींचा उपयोग करावा लागला. त्या दोन गोष्टी अशा:—

(१) प्राची दिशा निश्चित करणे.
(२) प्राची दिशेच्या दोन्ही टोकांवर, निरञ्छन चिन्हाचा उपयोग करून; श्रोणी व अंस-बिंदू निश्चित करणे.

(१) यापैकी प्राची दिशा निश्चित कशी करावी याची माहिती येथे सांगितली नाही. ती सर्वांना माहीत असल्याचे गृहीत धरले आहे.

(२) कात्यायन शुल्ब सूत्राच्या पहिल्या अध्यायाला "परिभाषा प्रकरण" असे म्हटले आहे. यापरिभाषा प्रकरणात भूमितीला लागणाऱ्या काही शब्दांच्या व्याख्या दिल्या आहेत.त्यांपैकी"निरञ्छन" व "अक्षणया" या दोन व्याख्यांचा विचार येथे करावयाचा आहे.

यापैकी निरञ्छन शब्दाची व्याख्या दोन रीतीने केलेली आहे. निरञ्छन हे नाव दोरीवरील खुणेला दिले असून, या खुणेमुळे दोन निरनिराळे काटकोन त्रिकोण तयार होतात. या दोन्ही रीतींत अक्षणया

अनुक्रमणिका

शब्दाची व्याख्या आली असून, त्या दोन्ही ठिकाणची अक्ष्णया शब्दाची व्याख्या मात्र एकच आहे. प्रथम या दोन व्याख्या काय सांगतात ते पहा:—

पहिली व्याख्या:— प्रमाणदोरी एवढ्याच लांबीच्या दोरीची प्रमाणदोरीत वाढ करून, संख्यासमासभंगाजवळील चवथ्या भागावर खूण करावी. वाढवलेल्या दोरीच्या शेवटाकडील चवथ्या भागावर नव्हे. या खुणेला निरञ्छन असे म्हणतात.

प्रमाणदोरी व अभ्यासदोरी या दोन्ही दोऱ्या मिळून तयार झालेल्या दोरीतून, तिर्यङ्मानी एवढी लांबी कमी केलीअसता, उरलेली दोरी, त्या काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णिकेच्या लांबीएवढी भरते. यालाच शुल्बसूत्रात अक्ष्णया असे म्हणतात.

याप्रमाणे निरञ्छन चिन्हामुळे त्या दोरीचे दोनभाग होतात. एक भाग तिर्यङ्मानीएवढा व दुसरा अक्ष्णयेएवढा. या पहिल्या व्याख्येमुळे ३, ४ व ५या बाजू असलेला काटकोन त्रिकोण तयार होतो.

आपस्तंबांनी या सूत्राचा उपयोग सोमवेदी तयार करण्याकरता केला आहे:—
ते म्हणतात:—

“तदेक रज्वा विहरणम् । त्रिकचतुष्कयोः पञ्चिकाऽक्ष्णया रज्जुः ।
नाभिस्त्रिरभ्यस्ताभिरंसौ । चतुरभ्यस्ताभिश्श्रोणि । आप. शु. पृ. ७६.

ज्या काटकोन त्रिकोणाची अक्ष्णया ५ आहे व त्याच्या दुसऱ्या दोन भुजा ३ व ४ आहेत, त्या त्रिकोणाच्या भुजेची चौपट करून अंस निश्चित करा म्हणजेपूर्व बाजू निश्चित होईल व पाचपट करून श्रोणिबिंदू निश्चित होऊन पश्चिम बाजू निश्चित होईल.अशा रीतीने सोमवेदी तयार होईल.

(२) (अ) आता आपण निरञ्छन शब्दाच्या दुसऱ्या व्याख्येकडे वळू. ती व्याख्या अशी:—

प्रमाणदोरीच्या लांबीच्या अर्ध्या लांबीची दोरी प्रमाणदोरीत मिळवून, त्या वाढवलेल्या (अर्ध्या दोरीच्या) सहाव्या भागावर खूण करावी. या चिन्हाला निरञ्छन असे म्हणतात.

प्रमाणदोरी व त्यात अर्धी दोरी वाढवून तयार झालेल्या दोरीतून, तिर्यङ्मानी वजा जाता, उरलेली दोरी अक्ष्णया (अक्ष्णयेच्या लांबीची) होते.

निरञ्छन हे एक चिन्ह असून ते प्रमाणदोरी व तिच्यात वाढ करणारी दोरी या दोहोंच्या सांध्याजवळ असते. या खुणेमुळे ही दोरी ज्याच्या भुजा ५ व १२ आहेत व ज्याची अक्ष्णया १३ आहे, अशा मापाचा काटकोन त्रिकोण तयार करते.

ह्या काटकोन त्रिकोणाचा उपयोग महावेदी तयार करण्याकडे होतो. या महावेदीची मापे शत. ब्रा. व तै. संहितेत दिली आहेत. ती अशी:—

अनुक्रमणिका

“स वेद्यन्तात् षट्त्रिंशत्प्रक्रमान्प्राचीं वेदिं विमिमीते, त्रिंशत् पश्चात्तिरश्ची चतुर्विंशतिं पुरस्तात्तन्नवतिः । सैषा नवतिप्रक्रमावेदिस्तस्यां सप्तविधमग्निं विधताति । शत. ब्रा. १०—२—३—४.

वेदीच्या पश्चिमेकडील टोकापासून पूर्वेचे टोक ३६ प्रक्रम अंतरावर मापून निश्चित करतो. म्हणजे या वेदीची पूर्व पश्चिम लांबी ३६ प्रक्रम. या वेदीची पश्चिम बाजूची रुंदी ३० व पूर्वेची २४ प्रक्रम आहे. या सर्व मापांची बेरीज (३६ + ३० + २४ = ९०) ९० प्रक्रम भरते. या वेदीवर सप्तविध अग्नीची स्थापना करावी.

अगदी याच अर्थाचे वर्णन तै. सं. ६—२—४—५ येथे दिले आहे.

यावरून भारतीय लोक वर दिलेल्या काटकोन त्रिकोणाचा उपयोग फार पूर्वीपासून करीत आले असल्याचे स्पष्ट दिसून येते.

ही महावेदीची मापे मापण्यास आणखी सोपे जावे म्हणून श्री. बौधायन व श्री. आपस्तंब यांनी आणखी काही काटकोन त्रिकोणांची भर घातली:—

(अ) द्वादशिकापञ्चिकयोस्त्रयोदशिकाऽक्ष्णयारज्जुः । ताभिरंसौ द्विरभ्यस्ताभिश्श्रोणि । आप. शु. पृ. ८१.

ज्या त्रिकोणाच्या (काटकोन) दोन भुजांची लांबी ५ व १२ व अक्ष्णया १३ आहे त्यांनी अंस, व तिप्पट करून श्रोणी निश्चित कराव्या.

(आ) पञ्चदशिकाऽष्टिकयोः सप्तदशिकाऽक्ष्णयारज्जुः । ताभिश्श्रोणी । आप. शु. पृ. ८१.

ज्या काटकोन त्रिकोणांच्या भुजांची लांबी ८ आणि १५ आहे व कर्णाची लांबी १७ आहे, त्या काटकोन त्रिकोणाचा उपयोग पश्चिमेकडील श्रोणी निश्चित करण्याकरिता करावा.

(इ) द्वादशिकापञ्चत्रिंशिकयोस्सप्तत्रिंशिकाऽक्ष्णयारज्जुः । ताभिरंसौ । आप. शु. पृ. ८२.

ज्या काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णाची लांबी ३७ आहे आणि ज्याच्या दोन भुजांची लांबी १२ व ३५ आहे, त्या काटकोन त्रिकोणाचा उपयोग अंस निश्चित करण्याकरिता करावा.

याप्रमाणेच बौधायनानीसुद्धा त्रिकोणाच्या भुजांची लांबी दिली आहे परंतु त्यांनी कर्णाची लांबी सांगितलेली नाही एवढेच नव्हे तर त्याचा उपयोग कसा करावा हे स्पष्ट केले नाही. परंतु त्यांनी प्रथम मुख्य सिद्धांत सांगून, हे सर्व काटकोन त्यांनी मुख्य सिद्धांतावरील उदाहरणे म्हणून सांगितले असल्याचे टीकाकार म्हणतो:—

टीकाः—दीर्घचतुरस्रपार्श्वमान्या समचतुरस्रे कृते यत् क्षेत्रं संपद्यते यच्च तिर्यङ्मान्या तदुभयमक्ष्णया रज्ज्वा समचतुरस्रे कृते संपद्यते । त्रिकचतुष्कयोः पञ्चिकाऽक्ष्णयारज्जुरित्याद्युदाहरणम् । तासां त्रिकरणेऽप्ययमेव प्रकारः ।

अनुक्रमणिका

आयताच्या तिर्यङ्मानी व पार्श्वमानी यांनी पृथक्पणे केलेल्या चौरसांच्या क्षेत्रफळांच्या बेरजेएवढे क्षेत्रफळ त्या आयताच्या कर्णिकेने तयार केलेल्या चौरसाने मिळते."त्रिकचतुष्कयो इत्यादी" ही त्या मुख्य सूत्राची उदाहरणे आहेत. त्रिकरणी मध्ये सुद्धा हाच प्रकार आढळतो.

बौधायनांनी सांगितलेल्या काटकोन त्रिकोणाच्या भुजा पुढीलप्रमाणेः—

त्रिकचतुष्कयोर्द्वादशिकपञ्चिकयोः पञ्चदशिकाष्टिकयोः सप्तिकचतुर्विंशिकयोः द्वादशिकपञ्चत्रिँशिकयोः पञ्चदशिकषट्त्रिंशिकयोरित्येतासूपलब्धिः । बौ. शु. १—४९.

त्यांच्या भुजा पुढील प्रमाणेः— (१) ३ आणि ४ (२) ५ आणि १२ (३) १५ आणि ८ (४) ७ व २४ (५) १२ आणि ३५ (६) १५ आणि ३६.

याशिवाय कात्यायनांनी उत्तरवेदीबद्दल माहिती सांगताना काटकोन त्रिकोणाची दोन उदाहरणे सांगितली आहेतः—

(१) तिर्यङ्मानी एक पद व पार्श्वमानी ३ पदे असेल तर त्या काटकोन त्रिकोणाची अक्ष्णया दहा पदे क्षेत्रफळ असलेल्या चतुरस्राची करणी होते (का. शु. २—८).

(२) तसेच तिर्यङ्मानी २ पदे व पार्श्वमानी ६ पदे असेल तर त्याची अक्ष्णया ४० पदे क्षेत्रफळ असलेल्या चौरसाची बाजू होते. या दोन्ही उदाहरणांत अक्ष्णयेची किंमत अकलय संख्येत येते.

वरील विवेचनावरून आपण पुढील निष्कर्ष काढू शकतो.

(अ) वर सांगितलेल्या काटकोन त्रिकोणांपैकी फक्त दोनच काटकोन त्रिकोणांसाठी प्रमाणदोरीवर निरञ्छनाची खूण करा असे शुल्बसूत्रकार सांगतात. इतर काटकोन त्रिकोणांचे बाबतीत अशा तऱ्हेची काहीच सूचना नाही. भारतीयांना हे दोन काटकोन त्रिकोण फार पूर्वीपासून माहीत होते हेच त्याचे कारण असावे. हे दोन काटकोन त्रिकोण ३,४ व ५ आणि ५,१२ व १३ असे आहेत.

(आ) सूत्रकारांना प्रत्येक नव्या काटकोन त्रिकोणासाठी निरञ्छन चिन्ह कोठे करावे हे ठरविणे अशक्य नव्हते. परंतु सूत्रकारांनी तसे का केले नाही याला पुढील कारणे संभवतात.

(१) प्रत्येक काटकोन त्रिकोणाचे बाबतीत निरञ्छन चिन्ह ठरवणे ही गोष्ट अव्यवहार्य होती.

(२) त्याचप्रमाणे प्रत्येक यज्ञप्रसंगी, विशिष्ट निरञ्छन चिन्ह हे कोठल्या काटकोन त्रिकोणाकरिता आहे व त्याचा उपयोग कोठे व कसा करावयाचा हे लक्षात ठेवणे फार कठीण झाले असते. कारण प्रत्येक काटकोन त्रिकोणासाठी प्रत्येक वेळी नव्या निरञ्छन चिन्हाची जरूर भासली असती.

(३) जोपर्यंत काटकोन त्रिकोणाच्या सर्व भुजा कलय संख्येत सांगता येत होत्या तोपर्यंत अक्ष्णया शब्दाच्या व्याख्येने त्याचा पडताळा पाहणे फार सोपे होते. परंतु भुजांची लांबी ज्या वेळी अकलय शब्दांत

अनुक्रमणिका

येऊ लागली त्या वेळी हा पडताळा पाहणे आणि त्या बरोबरच निरञ्छन शब्दाची व्याख्या करणे कठीण झाले.

(४) या बाबतीत आपस्तंब शुल्बसूत्रांवरील टीकाकार श्री. करविन्द यांनी एक सामान्य नियम करण्याचा प्रयत्न केला परंतु तो कितपत साध्य झाला याबद्दल त्या शुल्बसूत्राचे भाषांतर करताना ज्यास्त लिहू.

(५) किंवा अशीही शक्यता असणे ज्यास्त शक्य आहे की भूमितीच्या सिद्धांतानुसार, जी वर उदाहरणे दिली आहेत त्या वरून, नवीन सामान्य सिद्धांत तयार करणे शक्य झाल्यामुळे, या अक्ष्णया व निरच्छन शब्दांच्या नव्या व्याख्यांची जरूरी भासली नाही.

वर दिलेल्या उदाहरणांवरून एक गोष्ट लक्षात येते ती अशी:—

(१) त्या वेळच्या भारतीयांना, दोन भुजा दिल्या असताना, काटकोन त्रिकोण कसा साधावा याचे पूर्ण ज्ञान झालेले होते.

(२) काटकोन त्रिकोणात असलेल्या अक्ष्णया व इतर दोन भुजा यांचा क्षेत्रफळाचे दृष्टीने परस्पर असलेला संबंध यांची माहिती झाली होती.

(३) आता यापुढे, शुल्बकारांना कर्णावरील वर्गाने तयार होणारे क्षेत्रफळ (काटकोन त्रिकोणातील) हे उरलेल्या दोन भुजांच्या वर्गांच्या बेरजेबरोबर होते हा सिद्धांत शोधून काढण्याची जरुरी का भासली व त्या प्रयत्नात त्यांना कितपत यश आले हे पाहणे योग्य ठरेल.

(अ) यज्ञासाठी तयार करण्यात यावयाच्या पहिल्या चितीचे क्षेत्रफळ हे नेहमी ७ १/२ वर्ग पुरुष असते.

“उत्तरेषु पुरुषोच्चयेनैकशतविधात्” (का. श्रौ. सू. १६—८—२८) या कात्यायन श्रौत सूत्राचे स्पष्टीकरण करतो. (का. शु. ५—१).

श्रौतसूत्रात ७ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा अग्नी सांगून “उत्तरेषु पुरुषोच्चयेनैकशतविधात्” असे जे सांगितले त्या पुरुषवाढीची रीत स्पष्ट करून सांगतो. पुढच्या म्हणजे दुसऱ्या चयनापासून १०१ प्रकारच्या शेवटच्या चयनापर्यंत एकेक पुरुषवाढीने अग्निक्षेत्र निर्माण करावे.

वरील विधानावरून असे स्पष्ट ध्यानात येईल की प्रत्येक नव्या यज्ञाचे वेळी पूर्वीच्या यज्ञाचे वेळी, जे वेदीचे क्षेत्र असेल त्या वेदीच्या क्षेत्रात १ वर्ग पुरुष वाढवावा. ही पुरुषवाढ कशी करावी या संबंधीचे नियम थोड्याफार फरकाने बौधायन, आपस्तंब व कात्यायन यांनीसांगितले आहेत.

ही पुरुषवाढ साधताना ७ १/२ वर्ग पुरुषाच्या समचौरसात १ वर्ग पुरुषाचासमचौरस मिळवावा लागतो. यामुळे दोन असमान क्षेत्रफळांचे समचौरस एकत्र करावे लागतात.

अनुक्रमणिका

(आ) याचप्रमाणे ७ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचे, आत्मा, पक्ष व पुच्छ असे निरनिराळे भाग पाडावे लागतात. यामुळे एका चौरसातून दुसरा चौरस कसा वजा करावा व वजा करून आलेल्या क्षेत्रफळाबरोबर नवा चौरस कसा तयार करावा याचे ज्ञान असणे अवश्य आहे.

ही दोन चौरसांची बेरीज अथवा वजाबाकी, ही कर्णावरील वर्गाच्या सिद्धांताच्या आधारेच, सर्व सूत्रकारांनी, कशी करावी हे सांगितले आहे.

(इ) अश्वमेध यज्ञाचे वेळी, अश्वमेध वेदी, पहिल्या सप्तविध यज्ञाच्या वेदीच्या क्षेत्रफळाच्या दुप्पट किंवा तिप्पट क्षेत्रफळाची असावी असे सर्व शुल्बसूत्रकार तसेच श्रौतसूत्रकारही सांगतात.

(उ) दक्षिणाग्नी हा अर्धवर्तुळाकार आहे. त्या अर्धवर्तुळाचे क्षेत्रफळ, गार्हपत्याच्या वर्तुळाकार चितीच्या क्षेत्रफळाएवढे येण्याकरिता, वर्तुळाकार गार्हपत्य चितीच्या दुप्पट क्षेत्रफळ असणारे वर्तुळ प्रथम तयार करावे लागते.

अश्वमेध चितीचे मुख्य प्रकार दोन:—

(क) आद्योऽग्निद्विगुणस्त्रिगुणो भवतीति सर्वसमासः । का.शु. ५—२.
(ख) द्विस्तावा वेदिर्भवतीत्यश्वमेधे विज्ञायते । आप. शु. पृ. ८६
(ग) त्रिस्तावोऽग्निर्भवतीत्यश्वमेधे विज्ञायते ।
(घ) वेदिकाले द्विस्तावा वेदिः । त्रिस्तावोऽग्निरेकविंशो वा । आप. श्रौ. सू. ९ मी कंडिका.
(च) तावपरेण मध्यतो देवयजनं जोषयते द्विस्तावद्यथाग्नेविधायां । बौ. श्रौ. सू. १५—१.

प्रथम चितीच्या क्षेत्रफळाच्या दुप्पट क्षेत्र (द्विकरणीने) आणि तिप्पट क्षेत्र त्रिकरणीने होते. हे दोन किंवा तीन समचौरस एकत्र करण्याचे उदाहरण आहे.

चौरसाची बाजू किंवा वर्तुळाचा व्यास, हा जर मूळ चौरसाच्या दुप्पट किंवा तिप्पट क्षेत्रफळ तयार करणारा असेल तर मूळ चौरसाची भुजा किंवा मूळ वर्तुळाचा व्यास यांचा नव्या चौरसाची भुजा किंवानव्या वर्तुळाचा व्यास यांचा अन्योन्य संबंध असला पाहिजे.

(१) नव्या चौरसाची भुजा किंवा नव्या वर्तुळाचा व्यास हा मूळ चौरसाच्या भुजेच्या किंवा मूळ वर्तुळाच्या व्यासाच्या बरोबर दुप्पट किंवा तिप्पट असणे शक्य नाही.

(२) याला लागणाऱ्या प्रमेयाची सिद्धी आतापर्यंत मिळालेल्या काटकोन त्रिकोणाच्या सहाय्याने होणे अशक्य आहे.

म्हणून याला लागणाऱ्या प्रमेयाची संपूर्ण माहितीप्राप्त करून घ्यावयाची असेल तर, काटकोन त्रिकोणातील कर्णाच्या वर्गाच्या सिद्धांताची परिपूर्ण माहिती जिज्ञासूला असणे अवश्य आहे. या कर्णावरील वर्गाच्या सिद्धांताखेरीज वरील मूळ चौरसाच्या अगर वर्तुळाच्या दुप्पट किंवा तिप्पट क्षेत्र तयार करणे शअक्य आहे.

अनुक्रमणिका

(अ) "वितृतीयं वै सौत्रामणि;""वितृतीये यजेत्;""प्रक्रमतृतीयेनावृत्तेन" इति सौत्रामण्यामुक्तः । का. श्रौ. सू. १९–२–२.

(आ) सौमिक्या वेदेर्वितृतीयदेशे यजेतेति सौत्रामण्यावेदेर्विज्ञायते । आप. शु. पृ. ८५.

(इ) वेदितृतीये यजेतेति सौत्रामणिकीं वेदिमभ्युपदिशन्ति । बौ. शु. १–८१.

सौत्रामणी वेदीचे क्षेत्रफळ महावेदीच्या १/३ असावे असे श्रौतात सांगितले आहे.

(२) त्याचप्रमाणे पितृयज्ञाच्या वेदीसाठी तयार करण्यात यावयाच्या वेदीचे क्षेत्रफळ महावेदीच्या १/९ असावे असे श्रुतीत म्हटले आहे.

(क) वितृतीया वेदिर्भवतीति पैतृक्या वेदेविज्ञायते । बौ. शु. १–८१.

(ख) महावेदेस्तृतीयेन समचतुरस्त्रकृतायास्तृतीयकरणी भवतीति नवमस्तु भूमेर्भागो भवति । बौ. शु. १–८२.

(ग) अष्टाविंशत्यूनं पदसहस्त्रं महावेदिः । आप. शु. पृ. ८३.

(घ) त्रीणि चतुर्विंशाधिकानि पदशतानि वेदितृतीयम् । बौ. शु. १–८६.

(च) त्रीणि चतुर्विशानि पदशतानि सौत्रामणिकी वेदिः । आप. शु. पृ. ८६.

(छ) महावेदेस्तृतीयेन समचतुरस्त्रकृताया अष्टादशपदा पार्श्वमानी भवति । बौ. शु. १–८६.

पितृयज्ञाचीवेदी ही महावेदीच्या चौरसाच्या भुजेच्या तिसऱ्या भागाने तयार करतात.

या म्हणण्याचा थोडक्यात आशय असा:— पितृयज्ञासाठी तयार करण्यात यावयाच्या समचौरसाच्या भुजेचे माप महावेदीच्या समचौरसाच्या१/३ असावे.यामुळे पितृयज्ञाच्या वेदीचे क्षेत्रफळ महावेदीच्या १/९ होईल.

महावेदीचे क्षेत्रफळ ९७२ वर्ग पदे असते.

सौत्रामणी वेदीचे क्षेत्रफळ हेमहावेदीच्या १/३ असते. (९७२ X १/३ = ३२४) ३२४ वर्ग पदे. या संख्येचे वर्गमूळ १८; आणि म्हणून सौत्रामणी यज्ञवेदीच्या चौरसाची बाजू बौधायन आणि आपस्तंब या सूत्रकारांनी सूत्रात सांगितल्याप्रमाणे १८ होते.

अनुक्रमणिका

पितृयज्ञातील वेदीचे क्षेत्रफळ महावेदीच्या १/९ म्हणजे (९७२ X १/९ = १०८) १०८ वर्ग पदे होते. १०८ वर्ग पदे असलेल्या चौरसाचीभुजा,त्या वेळच्या भारतीयांना सरळ गणिताने कशी काढावी हे माहीत असावे असे दिसत नाही. त्यामुळे त्याचे वर्गमूळ कसे काढावे याची दुसरी रीत त्यास शोधावी लागली.

(ज) पितृयज्ञांसाठी लागणाऱ्या वेदीचा प्रकार दुसरा.

पैतृकी वेदीमध्ये (चातुर्मास्यात शाकमेधपर्वात महापितृयज्ञाचे वेळी) एक दोन वर्गपुरुष क्षेत्रफळ असलेला चौरस तयार करावा व त्या चौरसाच्या प्रत्येक भुजेच्या मध्यबिंदूवर खुंटी ठोकून, त्या खुंट्या रेषेने एकमेकांना जोडाव्या. या खुंट्या जोडून जो चौरस तयार होतो,त्या चौरसाचे क्षेत्रफळ एक वर्ग पुरुष होते. हे का. शु. सूत्र २—६ मध्ये सांगितले आहे. ह्या चौरसाचे कोन चारी दिशांना होतात.

(१) दोन वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेला चौरस करणेअसल्यास त्याला काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णावरील सिद्धांताची जरुरी लागते. कारण या चौरसाची भुजा प्रमाण मापाची (चौरसाच्या) द्विकरणी (√२) असावी लागते.

(२) या शिवाय पितृयज्ञासाठी तयार करण्यात आलेल्या नव्या वेदीचा आकार जो चौरस दिला आहे व ज्या चौरसाचे क्षेत्रफळ एक वर्ग पुरुष आहे आणि जो २ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेल्या चौरसाच्या मदतीने तयार करण्यात येतो ती रीतच अप्रत्यक्षपणे पुढील सिद्धांताची सिद्धता करण्यास पुरेशी आहे. तो सिद्धांत असाः— "कोठल्याही चौरस क्षेत्राचा कर्ण, हा त्या चौरसाच्या भुजेमुळे तयार होणाऱ्या क्षेत्रफळाच्या दुप्पट क्षेत्र तयार करतो."

(३) गार्हपत्य अग्नीचे आयतन वतुळाकार; आहवनीयचे चौरस आणि दक्षिणाग्नीचे अर्धवर्तुळाकार असते. या प्रत्येकाचे क्षेत्रफळ सारखे म्हणजे १ वर्ग अरत्नी असावे असे सांगतात. (पृ. ९९४—ग्रंथ २—भाग २. धर्मशास्त्राचा इतिहास. लेखक कै. डॉ. पां. वा. काणे तळ टीप. २२४९).

जर वर्तुळाचे क्षेत्रफळ, अर्धवर्तुळाचे क्षेत्रफळाबरोबर व्हावयास पाहिजे असेल, तर वर्तुळाचा व्यास व अर्धवर्तुळाचा व्यास यांचे गुणोत्तर १ :√२ या प्रमाणात असणे आवश्यक आहे. आणि √२ ही संख्या कर्णावरील वर्गाच्या सिद्धांताच्या मदतीशिवाय मिळणे अशक्य आहे.

तात्पर्य : वरील सर्व विवेचनाचा सारांश थोडक्यात असाः—

(अ) महावेदी, निरनिराळे मंडप यांची रचना करणे हे पुढे दिलेल्या कृतीमुळे फारच सोपे जाते. त्या पद्धती अशा :—

(१) पूर्व-पश्चिम दिशा निश्चित करणे.

(२) निरञ्छन चिन्हाचा उपयोग करून काटकोन त्रिकोण तयार करणे.

(३) दुसरे काटकोन त्रिकोण (ज्यांची पूर्वी माहिती नव्हती) त्यांचा उपयोग.

(४) अंस व श्रोणी निश्चित करणे.

अनुक्रमणिका

(५) परंतु (१) अश्वमेध (२) सौत्रामणी (३) पितृयज्ञासाठी लागणाऱ्या दोन तऱ्हेच्या वेदी, तसेच गार्हपत्य व दक्षिणाग्नी यांची आयतने ह्या सर्वांची रचना काटकोन त्रिकोणातील कर्णावरील वर्गाच्या सिद्धांताचा उपयोग केल्याशिवाय सिद्ध करणे अशक्य आहे.

हे सर्व सिद्ध व्हावे या हेतूने, त्यांनी पुढील दोन सिद्धांताचा उपयोग केला. ते दोन सिद्धांत पुढे दिले आहेत.

(१) आयताची तिर्यङ्मानी व पार्श्वमानी यांच्या मापाने पृथक्पणे तयार होणाऱ्या चौरसांचे जे क्षेत्रफळ येते, त्या दोहोंच्या बेरजेइतके क्षेत्रफळ, त्या मूळ आयताच्या अक्ष्णयेने (कर्णदोरीने) तयार होणाऱ्या चौरसाने मिळते. हीच ती क्षेत्रमापनाची रीत. (का. शु २—११)

(२) समचौरसातील कर्णामुळे तयार होणारे क्षेत्रफळ, हे समचौरसाच्या बाजूच्या चौरसाने होणाऱ्या क्षेत्रफळाचे दुप्पट होते. (का. शु. २—१२).

या प्रमाणे कर्णावरील वर्गाच्या सिद्धांतासाठी कसकसे प्रयत्न होत गेले व त्यांची वाढ कशी झाली हे आपण सविस्तर व थोडक्यात पाहिले.

परंतु या विवेचनावरून तीन नवीन मुद्दे उपस्थित होतात, त्यांचे संशोधन होणे जरूर आहे. ते तीन मुद्दे असे :— पुढील गोष्टींची सुरुवात केव्हा झाली?

(१) अश्वमेध व इतर यज्ञ यांची सुरुवात केव्हा झाली? यातील काही वेदींची रचना महावेदीच्या क्षेत्रफळांवर अवलंबून असल्यामुळे, महावेदीला सुरुवात प्रथम झाली असण्याचा संभव ज्यास्त आहे.

(२) ७ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेल्या पहिल्या चितीत, पहिल्या यज्ञाच्या समाप्तीनंतर दुसऱ्या यज्ञाचे वेळी, पहिल्या चितीचे क्षेत्रफळ १ वर्ग पुरुषाने वाढवावे असे सूत्रात सांगितले आहे. यामुळे दोन असमान चौरसांची बेरीज करावी लागते. आणि शेवटी :—

(३) तीन अग्नींचा इतिहास.

या वरील सर्व घटनांना प्रारंभ केव्हा झाला, त्या साठी काय कारणे घडली याचे जर अनुमान ठरविता आले तर आज, बौधायन शुल्बसूत्राला प्रथमच भारतात भूमितीला सुरुवात केल्याबद्दल, तसेच काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णावरील वर्गाच्या सिद्धांताबद्दल जे महत्त्व दिले जाते, त्याचा काळ निश्चितपणे मागे जाईल. आज काल जगात प्रसिद्ध असलेल्या सर्व वाङ्मयांत बौधायन शुल्ब सूत्र हेच सर्वांत जुने व थोडीफार भूमितीची ओळख करून देणारे असे पहिले पुस्तक आहे व या बौधायन शुल्बसूत्राचा काल ख्रि. पू. ८०० वर्षे असावा असे सर्व विद्वान् लोक मानतात.

अनुक्रमणिका

(१०) अग्नि स्थापनेचा संक्षिप्त इतिहास आणि त्यामुळे भूमितीच्या विकासाचे पुढे पडलेले पाऊल.

प्राचीन भारतीय लोक आपल्या घरात पाच अग्नींची स्थापना करीत. त्यांपैकी तीन अग्नींचा उपयोग धार्मिक व पूज्य कामांसाठी व राहिलेले दोन गृहकृत्यासाठी वापरीत.

त्या तीन धार्मिक व पूज्य गणलेल्या अग्नींची नावे :— (१) गार्हपत्य; (२) आहवनीय व (३) दक्षिणाग्नी. तसेच गृहकृत्यांसाठी वापरण्यात यावयाच्या दोन अग्नींची नावे :— (१) आवसथ्य व (२) सभ्य.

या तीन अग्नींच्या आयतनांचा आकार, त्यांची स्थाने व त्या अग्नींचा उपयोग याचा विचार प्रथम न करता, गृहकृत्यांसाठी लागणाऱ्या अग्नींचा प्रथम विचार करू.

गायकवाड यांच्या प्राच्यपुस्तकमाला नं. ७१ सन १९५५ मधील आपस्तंब श्रौतसूत्रात पुढील अर्थाचे वाक्य आहे :—

(१) अग्रेणाऽऽहवनीयं सभायां सभ्यः । तंपूर्वेणावसथ आवसथ्यः । खं. सू. ७—८—४.

आहवनीयाच्या एका टोकाला सभेमध्ये वापरण्यात येणारा“सभ्य” अग्नी व त्याच्या पूर्वेला “आवसथ”.

कै. म. म. डॉ. पां. वा. काणे हे आपल्या धर्मशास्त्राचा इतिहास या ग्रंथाच्या दुसऱ्या पुस्तकाच्या दुसऱ्या भागात पृ. ६७९ वर लिहितात. मेधातिथी यांनी मनूबद्दल लिहिताना लिहिले आहे :—

(१) सभ्यो नाम यो महासाधनस्य शीतापनोदार्थमेव बहुषु देशेषु व्यवन्हियते । मेधातिथी on मनु ३—१७५.

जो अग्नी सभेमध्ये प्रज्वलित ठेवतात आणि ज्याची स्थापना एखाद्या श्रीमंत माणसाच्या सभागृहातील थंडी दूर करण्यासाठी व अंगात ऊब येण्यासाठी केलेली असते त्या अग्नीला “सभ्य” म्हणतात.

अग्नीला पूज्य मानून त्याची पूजा करण्याचा मुख्य हेतू पुढे सांगितल्याप्रमाणे होता. त्या अग्नीत हवन केलेले पदार्थ, जो पृथ्वीवर पाऊस पाडतो व ज्याची धान्योत्पादनाला मदत होते आणि ज्यामुळे सर्व जीवांना खावयास मिळते, त्या सूर्याला प्राप्त होतात.

प्राचीन भारतीयांचे लक्ष ऋग्वेद (ख्रि. पू. ३००० वर्षे) कालापासून या गोष्टीकडे लागले होते.

(२) चतुःस्त्रक्ति देवाश्च ....। परिमण्डलानि असुराश्च ....।
शत. ब्रा. १३—८—५.

अनुक्रमणिका

(आ) स्मशानचितं चिन्वीत यः कामयेत् पितृलोक ऋध्नुयामिति चतुरस्रः परिमण्डलो वा । (यथा महापैतृकी वेदिरित्येकेषाम्) । त्र्यश्रिरित्येकेषाम् । सत्याषाढ श्रौ. सू. १३—८—५.

(इ) द्रोणचितं चिन्वीतान्नकाम इति द्वयानि तु खलु द्रोणानि, चतुरस्राणि परिमण्डलानि च तत्र यथाकामी । सत्या. श्रौ. सू. १२—८—९.

देवांसाठी तयार करण्यात यावयाच्या वेदींचा आकार चौरस आणि असुरांसाठी वर्तुळाकार असावा असे शतपथ ब्राह्मणात सांगितले असून, स्मशानचितीचा आकार:— चौरस, वर्तुळाकार किंवा त्रिकोणी असावा असे सत्याषाढ श्रौ. सूत्रात सांगितले आहे. तसेच द्रोणचितीचा आकार दोन प्रकारचा. एक चौरस, दुसरा वर्तुळाकार.

आता गार्हपत्य चितिसंबंधाने काय म्हणतात ते पहा :—

(अ) व्याममात्री भवति । ....परिमण्डला भवति । .... गार्हपत्यः परिमण्डलं । शत. ब्रा. ७—१—१—३७.

गार्हपत्य वर्तुळाकार व त्या वर्तुळाचा व्यास १ व्यामाइतका म्हणजे ९६ अंगुले असावा.

(आ) गार्हपत्यचितेरायतनं व्यायाममात्रं चतुरस्रं परिमण्डलं वा । आप. श्रौ. सू. १६—१४—१.

गार्हपत्य चितीचे आयतन हे चौरस किंवा वर्तुळाकार असावे व त्याचे माप एक व्यायाम असावे. (व्यायाम = १२० अंगुले).

(इ) अपरेणाहवनीयं यजमानमात्रीं वेदिं करोति । सत्या. श्रौ. सू. ३—३.

पूर्वेला तयार करण्यात यावयाच्या आहवनीय आयतनाचा आकार एक पुरुष मापाचा असावा.

(३) चिन्नुस्वामी आपल्या यज्ञतत्त्व नावाचे पुस्तकात लिहितात:—

गार्हपत्याग्नेरायतनं वृत्ताकारम् । आहवनीयस्य चतुरश्रम् । दक्षिणाग्नेरर्धचन्द्राकृति । गार्हपत्यायतनमध्यात् प्राच्यांदिशि षण्णवत्यङ्गुलमितायां भूमावहनीयमध्यं स्यात् । गार्हपत्यायतनस्य आग्नेयां दिशि तत् संलग्नपायमेव दक्षिणाग्नेरायतनं भवति ।

गार्हपत्याचे आयतनाचा आकार वर्तुळाकार, आहवनीयाचा चौरस आणि दक्षिणाग्नीचे आयतनाचा आकार अर्धवर्तुळाकार. आहवनीय आयतनाचा मध्यबिंदू, गार्हपत्य आयतनाचे मध्यबिंदूपासून पूर्वेला ९६ अंगुले अंतरावर असतो. तसेच गार्हपत्य आयतनाचे मध्य बिंदूपासून, दक्षिणाग्नी हा गार्हपत्याचे आग्नेय दिशेला असतो.

ह्या म्हणण्याला पुढीलप्रमाणे दुजोरा मिळतो :—

अनुक्रमणिका

कै. म. म. डॉ. काणे आपल्या "धर्मशास्त्राचा इतिहास" खंड २ रा, भाग १ पृ. ६७९ तळ टीप १६१८ यात पुढील माहिती देतातः— जीवानन्दांनी टीकात्मक स्पष्टीकरण केलेल्या वृद्धगौतम या पुस्तकात ६०४ पानावर पुढीलप्रमाणे उतारा मिळतो.:—"आहवनीय अग्नीचे आयतन चौरस; गार्हपत्याचे वर्तुळाकार; व दक्षिणाग्नीचे अर्धचन्द्राकृती."

या नंतर कै. डॉ. काणे आपल्या पुस्तकात खंड २, भाग २, पृष्ठ ९९४ वर पुढील माहिती देतात. "गार्हपत्याचे आयतन वर्तुळाकार, आहवनीयाचे चौरस व दक्षिणाग्नीचे अर्धवर्तुळाकार असावे एवढेच नव्हे तर त्या प्रत्येकाचे क्षेत्रफळ सर्वांचे सारखे म्हणजे १ वर्ग अरत्नी असावे." वरील माहिती ही अंत्यत महत्त्वाची आहे. कारण त्यात प्रत्येक आयतनाचा आकार वेगळा सांगितला असून, त्या प्रत्येकाचे क्षेत्रफळ सर्वांचे सारखे म्हणजे एक वर्ग अरत्नी असावे असे सांगितले आहे. थोडक्यात वर्तुळ, चौरस व अर्धवर्तुळ यांचे क्षेत्रफळ काढण्याची रीत व त्याजबरोबर ते समान येण्यासाठी काय करावयास हवे याचा विचार अवश्य करावा लागतो व त्यातच भूमितीच्या बऱ्याच प्रमेयांची मूळ बीजे साठविली आहेत.

वरील अवतरण कोठून घेतले याचा उल्लेख डॉ. काणे यांनी आपल्या पुस्तकात दिलेला नाही. परंतु आपस्तंब शुल्ब सूत्रात पान ७० वर श्री. सुंदरराज यांचे टीकेत उल्लेख आढळला तो असा:—

"सर्वाण्येवाग्न्यायतनानि पिशील मात्राणि चतुरश्राणि परिमण्डलानि वा धिष्णियान् वा मण्डलं गार्हपत्यस्प । अर्धमण्डतं दक्षिणाग्नेश्चतुरश्रमाहवनीयस्येत्यैतिहासिकास्सर्वाणि चायतनानि क्षेत्रतुल्यानीत्याहुः । आप. शु. सू. पृ. ७०.

वर दिलेल्या संस्कृत उताऱ्याचा अर्थ स्पष्ट आहे. श्री.सुंदरराज हा पुरावा ऐतिहासिक असल्याचे सांगतात.

निरनिराळ्या शुल्बसूत्रांत, तसेच त्यांच्या टीकाकारांनी ह्या आयतनांची मापे दिली असून, त्यावरून त्या आयतनांचे क्षेत्रफळ काढता येते आणि ते निरनिराळ्या आकारांचे क्षेत्रफळ जवळ जवळ सारखे असल्याचे दिसून येते.

पुढे दिलेला तक्ता पहा:—

(१) बौधायनाच्या टीकाकारांनी दिलेली मापे.
(२) आपस्तंब टीकाकार करविन्दस्वामी यांनी दिलेली मापे.
(३) कात्यायन टीकाकार विद्याधर शर्मा यांनी दिलेली मापे.
(४)कात्यायन श्लोक ३७ व ३८.
(५) मानव. श्री. एन्, के. मुजुमदार यांनी दिलेली मापे.

शुल्बसूत्र	गार्हपत्य(वर्तुळ)		आहवनीय (चौरस)		दक्षिणाग्नी अर्धवर्तुळ	
	त्रिज्या अंगुले	क्षेत्रफल वर्ग अंगुले	भुजा अंगुले	क्षेत्रफल वर्ग अंगुले	व्यास अंगुले	क्षेत्रफल वर्ग अंगुले

(१) बौधायन	१२	४५२·३८	२१ ९/३४	४५२·१८	३४ ५/१७	४६१·८
(२) आपस्तंब	—	—	२४	५७६	—	—
(३) कात्यायन	१३ १/२	५७२·५६	२४	५७६	—	—
(४) कात्यायन	१४	६१६·७३	२४	५७६	३२ किंवा ३८	४०२·१२ ५६७·०६
(५) मानव	१४ अं. व १ यव	६२८·३०	२४	५७६	१९ १/२ (त्रिज्या)	५९७·००

वरील क्षेत्रफल काढताना π = ३·१४१५९ अशी घेतली आहे.

गार्हपत्य अग्नीचा उल्लेख ऋग्वेदात आढळतो.
वरील विषयावर लिहिताना "शुल्ब विज्ञान" या पुस्तकात श्री. विभृतिभूषण लिहितातः—

(१) वर्तुळाच्या क्षेत्रफळाबरोबर, क्षेत्रफळ असणारा चौरस कसा करावा, व

(२) कर्णाच्या वर्गावरील प्रमेय, यांचे ज्ञानप्राचीन भारतीयांना ऋग्वेदकालीसुद्धा असावे.

(३) बर्क (आपस्तंब शुल्बसूत्राचे भाषांतरकार सन १९०२, जर्मनी) हे लिहितातः— "मी स्पष्टपणे असे म्हणू शकतो की प्राचीन भारतीयांना तैत्तिरीय संहिताकाली एखाद्या चौरस क्षेत्रफळाबरोबर तितक्याच क्षेत्रफळाचे वर्तुळ कसे करावे याचे ज्ञान (अत्यंत साध्या पद्धतीत) होते."

महावेदीमध्ये या तीन अग्नींचे स्थान "प्राग्वंश" मंडपात असावे असे सांगितले आहे.

या प्रमाणेच ७ १/२ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा चौरस तयार करून त्याचे वर्तुळात रूपांतर करण्याचे सुचविले आहे. धिष्ण्या या चौरस अगर वर्तुळाकार असाव्या. तसेच स्मशान चितीचा आकार चौरस अगर वर्तुळाकार असावा.

यावरून असे दिसून येईल की (१) वर्तुळ (२) अर्धवर्तुळ व (३) चौरस यांचे क्षेत्रफळ कसे काढावे, तसेच ते क्षेत्रफळ एकमेकांबरोबर येण्याकरता(अर्धवर्तुळ = वर्तुळ) कर्णावरील वर्गाच्या प्रमेयाची जरुरी लागते. त्यामुळे या प्रमेयाचे ज्ञान व क्षेत्रफळ काढण्याच्या रीती यांची संपूर्ण माहिती त्यांस होती असे स्पष्ट होते.

आणि म्हणूनच या तीन पवित्र अग्नींच्या आयतनांचे निरनिराळे आकार व त्यांचे क्षेत्रफळ समान असावे या दोन मुख्य गोष्टींमुळे प्राचीन भारतात भूमितीचा पाया घातला गेला असे म्हणावे लागते.

अनुक्रमणिका

(११) वर्तुळाच्या क्षेत्रफळांबरोबर चौरस व चौरसाचे क्षेत्रफळाबरोबर वर्तुळ.

सर्व शुल्बसूत्रे ज्या विषयाचे विवेचन करतात, तो महत्त्वाचा विषय 'वर्तुळाचे जे क्षेत्रफळ असेल, त्या क्षेत्रफळाएवढे क्षेत्रफळ ज्याचे आहे असा चौरस किंवा चौरसाचे क्षेत्रफळाबरोबर क्षेत्रफळ असणारे वर्तुळ कसे तयार करता येईल,' हा आहे.

या महत्त्वाच्या प्रश्नाकडे फार पूर्वीपासून जगातील गणितज्ञांचे लक्ष लागलेले होते परंतु तो प्रश्न अद्यापपर्यंत कोणालाही सुटलेला नाही. प्रसिद्ध भारतीय गणिती श्री. रामानुजन् यांनी हा प्रश्न सोडवण्याचा खूप प्रयत्न केला परंतु तो पूर्णपणे सुटला नाही. तो न सुटण्याची मुख्य कारणे दोन आहेत.

(१) $\pi = \dfrac{\text{वर्तुळाचा परिघ}}{\text{वर्तुळाचा व्यास}}$ यांचे गुणोत्तर दर्शविणारे चिन्ह. या चिन्हाची येणारी अपुरी किंमत.

(२) √२ किंवा वर्गमूळ २ ची किंमत पण अपुरी आहे.

वरील दोन्ही किमतींचा उपयोग मूळ उदाहरण सोडवताना करावा लागतो.

त्या कालच्या ग्रीक गणितज्ञांनी वर्तुळाबद्दल कोणतेच संशोधन केलेले आढळत नाही. ही गोष्ट अत्यंत महत्त्वाची आहे.

१७ व्या शतकात, त्या वेळच्या ग्रीक गणितज्ञांच्या मदतीने, ज्या लोकांचा गणिताशी कोठल्याही तऱ्हेचा संबंध नाही, अशा फ्रान्समधल्या लोकांनी, चौरस व वर्तुळ यांचे क्षेत्रफळ कसे काढावे हे समजून घेऊन, हा वादग्रस्त प्रश्न सोडवण्याचा खूप प्रयत्न केला. परंतु वर दिलेल्या दोन मुख्य प्रमाणांच्या अपुऱ्या किंमतीमुळे तो अनिर्णित राहिला, व त्याचमुळे या पुढेही तो अनिश्चित राहणार असल्याचे गणितज्ञांनी आता निश्चित केले आहे.

१७७५ साली पॅरिस येथील विद्यापीठाने, आपल्या विद्यापीठातील गणितज्ञांचा वेळ व उत्साह यांचा अपव्यय थांबवण्यासाठी, त्यांच्याकडे येणाऱ्या वरील प्रश्नांची उत्तरे यापुढेतपासावयाची नाहीत असा ठराव केला.

प्रथम पाश्चिमात्यांना या प्रश्नांची उत्तरे शोधून काढण्यास फार प्रयास पडले. त्या काली पाश्चात्य लोक गणितात फारच मागसलेले होते. त्यांना हल्ली रूढ असलेली, व ज्या पद्धतीचा शोध भारतीयांनी लावला ती दशमान पद्धती माहीत नव्हती.

आत आपण पहिला प्रश्न सोडवण्याचा प्रयत्न करू. तो प्रश्न असा:—

(१) चौरसाचे वर्तुळात रूपांतर.

(अ) चतुरस्त्रं मण्डलं चिकीर्षन्मध्यादंसे निपात्य पार्श्वतः परिलिख्य तत्र यदतिरिक्तं भवति तस्य तृतीयेन सह मण्डलं परिलिखेत्स समाधिः । का. शु. सू. ३—१३.

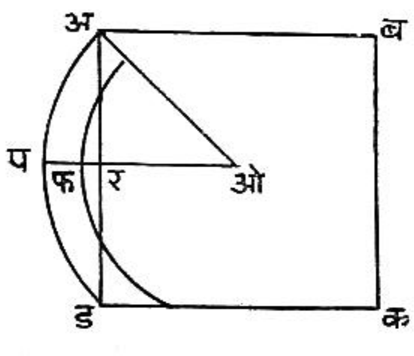
अनुक्रमणिका

(आ) चतुरस्त्रं मण्डलं चिकीर्षन् मध्यात्कोट्यां निपातयेत् । पार्श्वतः परिकृश्यातिशयतृतीयेन सह मण्डलं परिलिखेत् साऽनित्या मण्डलम् ।

यावद्धीयते (यावत् हीयते) तावदागन्तु । आप. शु. सू. पृ. ४९–५०.

(इ) चतुरस्त्रं मण्डलं चिकीर्षन्नक्ष्णयार्धं मध्यात्प्राचीमभ्यापातयेद्यदतिशिष्यते तस्य सह तृतीयेन मण्डलं परिलिखेत् । बौ. शु. १–५८.

चौरसाचे वर्तुळात जर रूपांतर करावयाचे असेल तर चौरसाच्या मध्यबिंदूपासून अंसापर्यंत एक अर्ध कर्णिका काढा. हीच अर्ध कर्णिका ही त्रिज्या समजून, त्या चौरसाच्या कोनांना छेदणारे वर्तुळ काढा. नंतर चौरसाच्या मध्यबिंदूतून, चौरसाच्या बाजूच्या मध्य बिंदूतून जाणारी व वर्तुळाला मिळणारी रेषा (त्रिज्या) काढा. या त्रिज्येचा चौरसाच्या बाहेर असलेल्या भागाचा तृतीयांश (बाहेर असलेल्या भागाचा तिसरा भाग) चौरसाच्या बाजूच्या निम्या भागात मिळवून येणारी लांबी ही त्रिज्या समजून, त्या त्रिज्येने चौरसाचा मध्यबिंदू हाच वर्तुळाचा मध्यबिंदू समजून वर्तुळ काढले असता, ह्या वर्तुळाचे क्षेत्रफळ, दिलेल्या चौरसाच्या क्षेत्रफळाबरोबर येईल.



अबकड हा एक चौरस.

या चौरसाच्या क्षेत्रफळाबरोबर, समक्षेत्र असणारे वर्तुळ करावयाचे.

ओअ या त्रिज्येने **अपड** हा वर्तुळाचा भाग तयार करा.

अड या चौरसाच्या भुजेचे दोन सारखे भाग करा. त्या भुजेच्या मध्यबिंदूला **र** नाव द्या. **ओर** ही रेषा वाढवून, **अपड** ह्या वर्तुळाच्या भागावर **प** या ठिकाणी खुण करा. **रप** हा जो त्रिज्येचा भाग चौरसाच्या बाहेर राहतो त्याचे तीन समानभाग करा. या तीन भागांपैकी एक भाग चौरसाच्या बाजूच्या अर्ध्या भागात मिळवून जी लांबी येईल त्या लांबीच्या त्रिज्येने वर्तुळ तयार करा. ह्या नव्या वर्तुळाचे क्षेत्रफळ मूळ चौरसाच्या क्षेत्रफळाबरोबर होईल. (वरील सूत्राप्रमाणे).

चौरसाची बाजू **अब =२अ.** आणि वर्तुळाची त्रिज्या =**र**

ह्या वर्तुळाचे क्षेत्रफळ जर चौरसाच्या बरोबर असेल तर

अनुक्रमणिका

अड =अब= २अ. **फर**= १/३ **पर**.

$\therefore$ **अर=रड=अ** आणि **ओफ=र.**

$\therefore$ **ओअ^2=ओर^2+अर^2=अ^2+अ^2=२अ^2**

$\therefore$ **ओअ**=√२·**अ.**

ओप=ओअ=√२·**अ** आणि **ओफ**=र.

पर=ओप—ओर=√२·**अ**(√२—१)

ओफ=**ओर+रफ.**

र=अ+१/३ **अ**·(√२—१)... ... ... (१)

वर आलेली **र** ची किंमत पूर्णपणे ठरविणे अशक्य आहे कारण √२ ची किंमत पूर्णपणे मिळणे शक्य नाही.

या √२ ची किंमत भारतीयांनी कशा रीतीने ठरविली असावी हे एका निराळ्या लेखात दाखविले आहे. त्यांनी ती किंमत पुढे दिल्याप्रमाणे दिली आहे.

$$\sqrt{२} = १\cdot४१४२१५६.$$

$$र = अ + \frac{अ}{३}\cdot(\sqrt{२} - १).$$

वर दिलेली $\sqrt{२}$ ची किंमत वर दिलेल्या समीकरणात घातली असता र ची काय किंमत येते पहा.

$$र = अ + \frac{अ}{३}(१\cdot४१४२१५६ - १) = अ + \frac{अ}{३}(०\cdot४१४२१५६)$$

$$= अ + अ(०\cdot१३८०७१८६)$$

$$= १\cdot१३८अ.$$

$$\text{वर्तुळाचे क्षेत्रफळ} = \pi r^२.$$

$$= \frac{२२}{७} \times (१\cdot१३८अ)^२$$

$$= ३\cdot१४१५९ \times १\cdot२९अ^२$$

$$= ४\cdot०५अ^२ \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (३)$$

$$\text{चौरसाचे क्षेत्रफळ} = ४अ^२ \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (४)$$

$\therefore$ वर्तुळाचे क्षेत्रफळ हे चौरसाच्या क्षेत्रफळापेक्षा ०·०५ एवढ्या संख्येने ज्यास्त आहे. ही संख्या जवळजवळ १·२५% ज्यास्त आहे.

अनुक्रमणिका

वरील समीकरण सोडविताना√= ३·१४१५९ आणि

√२ = १·४१४२१५६ अशा किंमती घेतल्या आहेत.

आता वर दिलेल्या किंमती लक्षात घेऊन π ची किंमत काय येते ते पहा:—
वर्तुळाचे क्षेत्रफळ =$\pi r^2 = \pi \cdot$ **अ**^{2}X १·१३८^2

= ४**अ**^{2}=चौरसाचे क्षेत्रफळ

= ४अ^2 = चौरसाचे क्षेत्रफळ

$$\therefore \quad \pi = \frac{४अ^2}{अ^2 \times (१\cdot१३८)^2} = \frac{४}{१\cdot२९५}$$

$$= ३\cdot०८ \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \qquad (५)$$

दुसरा प्रश्न :— वर्तुळाच्या क्षेत्रफळाचे चौरसात रूपांतर.

(१) (अ) मण्डलं चतुरस्त्रं चिकीर्षन् विष्कम्भं पञ्चदशभागान्कृत्वा द्वावुद्धरेच्छेषः करणी । का. शु. ३—१४.

(आ) मण्डलं चतुरस्त्रं चिकीर्षन् विष्कम्भं पञ्चदशभागान्कृत्वा द्वावुद्धरेत् । त्रयोदशावशिष्यन्ते सानित्या चतुरस्त्रं । आप शु. पृ. ५१.

(इ) (मण्डलं चतुरस्त्रं चिकीर्षन्) अपि वा पंचदशभागान्कृत्वा द्वावुद्धरेत्सैषानित्या चतुरस्त्रकरणी । बौधा. शु. १—६०.

वर्तुळाच्या क्षेत्रफळाचे रूपांतर करावयाचे झाल्यास, वर्तुळाच्या व्यासाचे १५ भाग करून, त्यातील दोन भाग कमी करून, राहिलेल्या १३ भागाइतकी चौरसाची भुजा करावी. याप्रमाणे तयार झालेल्या चौरसाचे क्षेत्रफळ, मूळ वर्तुळाच्या क्षेत्रफळाबरोबर होईल.

जर चौरसाची भुजा= २अ आणि वर्तुळाचा व्यास=**ड.**

वरील सूत्राप्रमाणे :— $२अ = ड - \frac{२}{१५} ड. \quad \therefore \quad २अ = २र - \frac{२}{१५} \cdot २र.$

अनुक्रमणिका

किंवा $अ = र - \frac{२}{१५} र. \quad \therefore \quad अ = \frac{१३}{१५} र.$

$\therefore \quad अ = ०\cdot८७९७८ र.$

$\because \quad ४अ^{२} = \pi र^{२}.$

वरील समीकरणात अ ची किंमत घातल्यास

$४ \times (०\cdot८७९७८)^{२} \cdot र^{२} = \pi र^{२}.$

$\therefore \quad \pi = ४ \times ०\cdot७७४०१२८४८४$

$= ३\cdot०९$ ... ... (६)

वरील प्रश्न सोडविण्याची आणखी एक रीत बौधायनांनी शुल्ब सूत्रात दिली आहे. ती अशी –

(३) (१) मण्डलं चतुरस्रं चिकीर्षन्विष्कम्भमष्टौ भागान्कृत्वा भागमेकोनत्रिशँधा विभज्याष्टाविशँतिभागानुद्धरेद् भागस्य च षष्ठमष्टमभागोनम् । बौ. शु. १–५९.

$$\therefore \quad २अ = \frac{७}{८} ड + \frac{१}{८} ड - \frac{२८}{८\cdot२९} \cdot ड + \left\{ \frac{८}{८\cdot२९\cdot६} - \frac{८}{८\cdot२९\cdot६\cdot८} \right\} ड$$

$$= ड - \frac{ड}{८} + \frac{ड}{८\cdot२९} - \frac{ड}{८\cdot२९} \left\{ \frac{१}{६} - \frac{१}{६\cdot८} \right\}$$

$ड = २ र.$ र ही वर्तुळाची त्रिज्या.

$$\therefore \quad अ = र - \frac{र}{८} + \frac{र}{८\cdot२९} - \frac{र}{८\cdot२९} \left\{ \frac{१}{६} - \frac{१}{६\cdot८} \right\}$$

$$= र \left\{ १ - \frac{१}{८} + \frac{१}{८\cdot२९} - \frac{१}{८\cdot२९\cdot६} + \frac{१}{६\cdot८\cdot२९\cdot८} \right\}$$

$$= र\ (१ - ०\cdot१२५ + ०\cdot००४ - ०\cdot०००७ + ०.००००८)$$

$\therefore \quad अ = र\ (१ - ०\cdot१२०२२) = ०\cdot८७९७८ र.$

चौरसाचे क्षेत्रफळ = वर्तुळाचे क्षेत्रफळ.

$\therefore \quad ४अ^{२} = \pi र^{२}.$

वर दिलेल्या समीकरणात अ ची किंमत घाला.

$\therefore \quad ४ \times (०\cdot८७९७८ र)^{२} = \pi र^{२}.$

$\therefore \quad \pi = ४ \times (०\cdot८७९७८)^{२}$

$= ४ \times ०\cdot७७४$

$= ३\cdot०९$ ... ... (७)

अनुक्रमणिका

(४) (अ) इदं स्थूलमानेनोक्तं । सूक्ष्मन्तु अष्टादशभागान् कृत्वा द्वौ त्यजेत् ।
तदुक्तं वार्त्तिकेः वृत्त व्यासं नवांशे वा परिह्रत्याय तां वदेत् ।
करणी चतुरस्त्रार्धमल्पमेवान्तरं भवेत् ॥इति॥

(आधी सांगितल्याप्रमाणे व्यासाचे १५ भाग न करता) जर वर्तुळाच्या व्यासाचे १८ भाग केले तर π ची किंमत बरीच बरोबर येऊन, वर्तुळ व चौरस यांचे क्षेत्रफळांतील फरक पुष्कळच कमी होईल.

मानव शुल्ब सूत्रात हीच रीत सांगितली आहे.

शुल्बसूत्रावरील प्रसिद्ध टीकाकार श्री. द्वारकानाथ यज्व यांना जेव्हा असे आढळून आले की शुल्बकारांनी वर सांगितल्याप्रमाणे जी π ची किंमत (π= ३·०९ ते ३·१६०४) आली ती फार अंदाजी असल्यामुळे ती सुधारणे अवश्य आहे आणि म्हणून ती त्यांनी सुधारण्याचा प्रयत्नकेला आणि ती किंमत त्यांनी π= ३·१५७९९१ अशी आणली.

वर वार्तिकात सांगितलेली किंवा मानवसूत्राप्रमाणे येणारी (π= ३·१६०४)व श्री. द्वारकानाथ यज्व यांनी दिलेली (π=३·१५७९९१),π ची किंमत आजकाल जवळजवळ बरोबर असे समजल्या जाणाऱ्या π= ३·१४१५९ ह्या किंमतीच्या पुष्कळच जवळ आहे. शुल्बकारांनी त्या वेळी हीच किंमत π= ३·०९ अशी काढली. फक्त मानव शुल्बसूत्र याला अपवाद आहे.

आर्यभटाने हीच π ची किंमत आपल्या “आर्यभटीय” या ग्रंथात पुढील प्रमाणे सांगितली आहे.

“चतुरधिकं शतमष्टगुणं द्वाषष्टिस्तथा सहस्त्राणाम् ।
अयुतद्वयविष्कंभस्यासन्नो वृत्तपरिणाह” ॥आर्यभट. आप. शु.

श्री. आर्यभट म्हणतात $\pi = \dfrac{६२८३२}{२०,०००}$ =३·१४१६. ही आलेली π ची

किंमत ४ दशांश स्थळांपर्यंत बरोबरअसून, तीसुद्धा अंदाजानेच, आजकाल गणितात वापरण्यात येणाऱ्या (π = ३·१४१५९) किंमतीबरोबर आहे.

१९१३ साली, केंब्रिज विद्यापीठाने प्रसिद्ध केलेल्या, श्री. ई.डब्ल्यू. हॉबसन यांनी लिहिलेल्या “Squaring the circle”या नावाच्या आपल्या पुस्तकात ते लिहितात की जरी π ची किंमत ३ पेक्षा ज्यास्त व निरनिराळी येत असल्याचे त्या वेळी आढळून आले तरी π=३ अशी सर्वसाधारण किंमतच, सर्व जगात कित्येक शतके चालू असल्याचे दिसून येते. पेशवेकालीही π=३ अशी किंमत धरीत असल्याचे दिसून आले.

आता सूत्रात दिलेल्या काही विधानांचा विचार करून हे प्रकरण पुरे करू. ही विधाने चौरसाचे वर्तुळ किंवा वर्तुळाचा चौरस कसा तयार करावा हे सांगताना शुल्बकारांनी केल्याचे दिसून येते.

अनुक्रमणिका

बौधायन आणि आपस्तंब आपल्या सूत्रांतून पुढील शब्द वापरतात. ते शब्द “साऽनित्या” आणि “सानित्या” असे आहेत. या दोन्ही शब्दांचा अर्थ “अंदाजी बरोबर” असा होतो. परंतु हाच शब्द जर लिहिताना “सा नित्या” असा वेगवेगळा लिहिला तर त्याचा अर्थ “अचूक” किंवा “तंतोतंत बरोबर” असा होईल.

डॉ. थिबो आपल्या शुल्बसूत्रांवरील निबंधात म्हणतात की सूत्रात दिलेल्या नियमानुसार वर्तुळाचे चौरसाबरोबर होणारे क्षेत्रफळ हे बरोबर न येता अंदाजी येते यात मुळीच शंका नाही. परंतुआपस्तंबाच्या सूत्राप्रमाणे वर्तुळ व चौरस समक्षेत्र यावयास पहिजेत. परंतु तीच किंमत त्याच बौधायन सूत्रांवरील टीकाकारांनी म्हटल्याप्रमाणे अंदाजी यावयास पाहिजे.

परंतु याचे उलट चौरसाचे क्षेत्रफळ वर्तुळाचे क्षेत्रफळाबरोबर दाखवताना बौधायन तसेच आपस्तंब दोघेही सूत्रात दाखवलेल्या नियमाप्रमाणे येणारे उत्तर अंदाजी असल्याचे सांगतात.

याच संबंधाने श्री. टी. एल्. हीथ काय म्हणतात ते पहा:—

(१) शुल्बसूत्रांप्रमाणे येणारी वर्गमूळ २($\sqrt{२}$)ची किंमत ही $\frac{१}{११५६}$ एवढ्या संख्येने कमी आहे. आता उदाहरण सोडविताना जर ही √२ ची किंमत धरून उत्तर काढले तर ते बरोबर न येता चुकीचे येईल. परंतु असे चुकीचे उत्तर येत असल्याचे सूत्रकारांनी कोठेच सांगितले नाही.

(२) काही नियमांनी येणारी उत्तरे, अगदी अचूक येतात तर काही अंदाजी येतात असे सूत्रकार स्वतःच सांगतात. त्यामुळे बरोबर उत्तरे येणाऱ्या सूत्रात सुधारणा करण्याची जरूरी आहे असे वाटणे अशक्य आहे. त्यामुळे हे नियम परंपरागत तसेच चालू रहाणे शक्य आहे. आपस्तंब वर्तुळाचे क्षेत्रफळ चौरसाचे क्षेत्रफळाबरोबर कसे करावे हा नियम सांगून, त्या नियमाने उत्तर अचूक येते असे सांगतात. त्या नियमाप्रमाणे π ची किंमत केवळ ३·०८ येते व उत्तरही बरोबर येत नाही.

बौधायनांनी व आपस्तंबांनी सांगितलेली सूत्रे सारखी असताना असा फरक का पडावा ? जो नियम बौधायनांना अचूक वाटत नाही तो नियम आपस्तंबांना अचूक का वाटावा? तसेच बौधायनांनी व मानवशुल्बसूत्रकारांनी हेच नियम बदलण्याचा प्रयत्न का केला. बौधायनांचा काल ख्रि. पू. ८०० ब आपस्तंबांचा ख्रि. पू. ५०० असा सांगण्यात येतो. त्यामुळे आपस्तंबांनी खरोखरीच असे विधान केले असेल का? अशी शंका येते व त्याचे उत्तर देण्याचा प्रयत्न पुढे केला आहे.

(१) आपस्तंबांनी ‘सा नित्या’ असा शब्द वापरला आहे. हा शब्द लिहिताना “साऽनित्या” (अंदाजी=approximate)किंवा “सा नित्या” (अचूक=exact)असा लिहिणे शक्य आहे. मूळ पोथ्या लिहिताना ही चूक अजाणता झाली असण्याचाच संभव ज्यास्त आहे, असे नसते तर

(२) मानव शुल्ब सूत्रात ही चूक सुधारण्याचा प्रयत्न झाला नसता. मानव शुल्ब सूत्रकारांनी वर्तुळाच्या व्यासाचा १३/१५ एवढा भाग घेऊन, तो भाग ही चौरसाची एक बाजू समजून, चौरस करावा असे

अनुक्रमणिका

न म्हणता, चौरसाची बाजू, व्यासाच्या ८/९ एवढी घ्या असे सांगितले आहे. त्यामुळे π ची किंमत बरीच अचूक येत असल्याचे दिसून येते.

(३) आर्यभटाने π ची किंमत सुधारण्याचा प्रयत्न केला व ती

$\pi = \frac{६२८३२}{२००००}$, =३·१४१६ इतकी अचूक सांगितली व ती सांगताना सुद्धा तो स्वतः अचूक नसल्याचे सांगतो, हे त्याचे वैशिष्ट्य आहे.

वरील विवेचनावरून पुढील रचनांची माहिती असल्याचे दिसून येते.

(१) वर्तुळाचे क्षेत्रफळाबरोबर (अंदाजी) समक्षेत्र करणारा चौरस तयार करणे.

(२) चौरसाचे क्षेत्रफळाबरोबर (अंदाजी) समक्षेत्र करणारे वर्तुळ.

(३) परिघ आणि व्यास यांच्या गुणोत्तराला π म्हणतात, त्याची अंदाजी किंमत.

(४) करणी (चौरसाची बाजू) √२ ची किंमत.

यापैकी √२ ची किंमत कशी काढली असेल याची माहिती दुसऱ्या लेखात पहावयास मिळेल.

पुढील विवेचन श्री. बी. बी. दत्त यांचे पुस्तकारूनघेतले आहे.

(अ) बौधायनांनी वर्तुळाचे क्षेत्रफळाबरोबर, समक्षेत्र चौरस करावयाचा झाल्यास, त्या वर्तुळाच्या व्यासाचे ८ भाग करावे व त्या ८ भागांपैकी एका भागाचे २९ भाग करून, त्या एका भागातून २९ भागांपैकी २८ भाग वजाकरा व उरलेल्या एका भागाच्या ६ व्या भागातून त्याचाच १/८ वजा वरून त्या वर्तुळाच्या व्यासाची जी लांबी उरेल ती चौरसाची बाजू किंवा भुजा होते. बौ. शु. १—५९.

जर चौरसाची बाजू = २**अ** व वर्तुळाचा व्यास =**ड** तर वरील सूत्राप्रमाणेः—

अनुक्रमणिका

$$२अ=\frac{७}{८}ड+\left\{\frac{ड}{८}-\frac{२८}{२९\cdot८}\cdot ड+\frac{ड}{८\cdot२९\cdot६}-\frac{ड}{८\cdot२९\cdot८\cdot६}\right\}$$

किंवा $२अ=ड-\frac{ड}{८}+\frac{ड}{८\cdot२९}-\frac{ड}{८\cdot२९}\left(\frac{१}{६}-\frac{१}{६\cdot८}\right).$

$\because$ ड=२र र=वर्तुळाची त्रिज्या.

$$अ=र-\frac{र}{८}+\frac{र}{८\cdot२९}-\frac{र}{८\cdot२९}\left(\frac{१}{६}-\frac{१}{६\cdot८}\right)$$

हे उत्तर बहुधा पूर्वी आलेल्या एका उत्तराची उलट (reversion) करून आले असावे. ते कसे ते पहा :—

$$र=\frac{अ}{३}(२+\sqrt{२}) \quad \therefore \quad २=\frac{३}{२+\sqrt{२}}\cdot ड.$$

वरील समीकरणात $\sqrt{२}$ ची किंमत घातल्यास $\left(\sqrt{२}=\frac{५७७}{४०८}\right)$

$$२अ=\frac{१२२४}{१३९३}\cdot ड.$$

(१) प्रो. थिबो यांच्या मते वर दिलेले उत्तर पुढे दिलेल्या रीतीने आले असण्याचा संभव आहे.

बौधायनांनी चौरसाची बाजू **अ**=२४ अंगुले घेतली असावी.

अनुक्रमणिका

$$\therefore \frac{अ}{२} = १२ \text{ अंगुले.}$$

ज्या चौरसाची बाजू अ आहे, त्या चौरसाची कर्णिका $= \sqrt{२} \cdot अ$ अशी होईल.

$$\therefore \frac{१}{२} \text{ कर्णिका} = \frac{\sqrt{२} \cdot अ}{२} = \frac{अ}{२} \cdot \sqrt{२} = \frac{अ}{\sqrt{२}}.$$

$$\therefore \frac{अ}{२} \cdot \sqrt{२} = १२ \left\{ १ + \frac{१}{३} + \frac{१}{३ \cdot ४} - \frac{१}{३ \cdot ४ \cdot ३४} \right\}$$

$$= १२ + ४ + १ - \frac{१}{३४}$$

$$= १६ \frac{३३}{३४} = १६ \text{ अंगुले आणि } ३३ \text{ तिल.}$$

$$\frac{अ}{\sqrt{२}} - \frac{अ}{२} = १६ \frac{३३}{३४} - १२ = ४ \text{ अंगुले आणि } ३३ \text{ तिल.}$$

$$= ४ \times ३४ + ३३ = १३६ + ३३ = १६९ \text{ तिल.}$$

$$\therefore \frac{१}{३} \left(\frac{अ}{\sqrt{२}} - \frac{अ}{२} \right) = \frac{१}{३} \times १६९$$

$$= ५६ \frac{१}{३}.$$

$$\text{वर्तुळाची त्रिज्या} = \frac{अ}{३} \left(\frac{अ}{\sqrt{२}} - \frac{अ}{२} \right)$$

$$= ४०८ + ५६\frac{१}{३}$$

$$= ४६४\frac{१}{३}.$$

जर चौरसाची भुजा = अ आणि वर्तुळाची त्रिज्या = र असेल तर

अर्धी भुजा = ४०८ तिल लांबीची व वर्तुळाची त्रिज्या = ४६४ १/३ तिल.

आता वरील संख्येतील अपूर्णांक सोडून दिल्यासः— त्रिज्या = १३९३ आणि अर्धी भुजा = १२२४ तिल.

$$\frac{र}{८} = \frac{१३९३}{८} = १७४ \frac{१}{८}. \quad \therefore \frac{७}{८} र = \frac{७ \times १३९३}{८} = १२१८ \frac{७}{८}$$

$$१२२४ - १२१८ \frac{७}{८} = ५ \frac{१}{८}$$

अनुक्रमणिका

अपूर्णांक सोडून देऊन जर १७४ ला २९ नी भागले असता ६ येतात.
६ मधून त्याचा ६ वा भाग वजा केला तर ५ उरतील. यांत त्याचा

$\frac{१}{८}$ मिळवला तर $\frac{१}{८}\left(\frac{१}{६}\times ६\right)=\frac{१}{८}$ $\therefore ५+\frac{१}{८}=५\frac{१}{८}$ येतात किंवा

$$१२२४=\left(\frac{७}{८}+\frac{१}{८\cdot२९}-\frac{१}{८\cdot२९\cdot६}+\frac{१}{८\cdot२९\cdot६\cdot८}\right)\times १३९३.$$

(२) कँटरच्या मते ही श्रेणी खाली दिल्याप्रमाणे तयार केली असेल.

$$\frac{१२२४}{१३९३}=\frac{७}{८}+\frac{१}{८\cdot२९}-\frac{१}{८\cdot२९\cdot६}+\frac{१}{८\cdot२९\cdot६\cdot८}$$
$$-\frac{४१}{८\cdot२९\cdot६\cdot८.३९३}$$

अगदी शेवटची संख्या ही त्याचे अलीकडील संख्येच्या $\frac{१}{३४}$ आहे. म्हणून ती अत्यंत अल्प म्हणून सोडून देऊन तीच श्रेणी पुढीलप्रमाणे मांडता येईल.

$$२\text{ अ}=\frac{७}{८}\text{ड}+\frac{१}{८\cdot२९}\text{ड}-\frac{१}{८\cdot२९\cdot६}\text{ड}+\frac{१}{८\cdot२९\cdot६\cdot८}\text{ड}$$

(३) मुल्लरचे मताप्रमाणे हीच श्रेणी पुढीलप्रमाणे केली असण्याचा संभव आहे.

$$२\text{अ}=\frac{३}{२+\sqrt{२}}\cdot\text{ड}=\frac{३}{२}\times\frac{\sqrt{२}}{१+\sqrt{२}}\cdot\text{ड}.$$

अनुक्रमणिका

$$= \frac{३}{२} \times \frac{१७ - \frac{१}{३४}}{२९ - \frac{१}{३४}} = \frac{५१ - \frac{३}{३४}}{५८ - \frac{२}{३४}}.$$

$$\therefore \quad \sqrt{२} = \frac{१७}{१२} - \frac{१}{१२ \cdot ३४}.$$

$$\therefore \quad \frac{५१ - \frac{३}{३४}}{५८ - \frac{२}{३४}} = १ - \frac{७ + \frac{१}{३४}}{५८ - \frac{२}{३४}}.$$

$$\therefore \quad \frac{७ + \frac{१}{३४}}{५८ - \frac{२}{३४}} = \frac{१}{८} \times \frac{५६\frac{८}{३४}}{५८ - \frac{२}{३४}} = \frac{१}{८} \left\{ १ - \frac{२ - \frac{१०}{३४}}{५८ - \frac{२}{३४}} \right\}.$$

$$\frac{२ - \frac{१०}{३४}}{५८ - \frac{२}{३४}} = \frac{१}{२९} \times \frac{२ - \frac{१०}{३४}}{२ - \frac{२}{३४ \times २९}} = \frac{१}{२९} \left[१ - \frac{\frac{१०}{३४} - \frac{२}{३४.२९}}{२ - \frac{२}{३४ \times २९}} \right]$$

$$\therefore \quad \frac{\frac{१०}{३४} - \frac{२}{३४ \cdot २९}}{२ - \frac{२}{३४ \cdot २९}} = \frac{५ - \frac{१}{२९}}{३४ - \frac{१}{२९}} = \frac{१}{६} \times \frac{३० - \frac{६}{२९}}{३४ - \frac{१}{२९}}$$

$$= \frac{१}{६} \times १ - \frac{४ - \frac{५}{२९}}{३४ - \frac{१}{२९}}$$

$$\therefore \quad \frac{४ + \frac{५}{२९}}{३४ - \frac{१}{२९}} = \frac{१}{८} \times \frac{३२ + \frac{४०}{२९}}{३४ - \frac{१}{२९}} = \frac{१}{८} \left[१ - \frac{२ - \frac{४१}{२९}}{३४ - \frac{१}{२९}} \right]$$

अनुक्रमणिका

वरील रीतीने खाली दिलेली श्रेणी तयार होते,

$$\frac{\text{२}}{\text{२}+\sqrt{\text{२}}} = \text{१} - \frac{\text{१}}{\text{८}} + \frac{\text{१}}{\text{८}\cdot\text{२९}} - \frac{\text{१}}{\text{८}\cdot\text{२९}}\left\{\frac{\text{१}}{\text{६}} - \frac{\text{१}}{\text{६}\cdot\text{८}}\right\}$$
$$- \frac{\text{१}}{\text{८}\cdot\text{२९}\cdot\text{६}\cdot\text{८}} \times \frac{\text{२}-\frac{\text{४१}}{\text{२९}}}{\text{३४}-\frac{\text{१}}{\text{२९}}}.$$

शेवटची संख्या अत्यंत अल्प म्हणून सोडून दिल्यास.

$$\text{२अ} = \text{ड} - \frac{\text{ड}}{\text{८}} + \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}} - \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}}\left(\frac{\text{१}}{\text{६}} - \frac{\text{१}}{\text{६}\cdot\text{८}}\right).$$
$$= \frac{\text{७}}{\text{८}}\text{ड} + \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}} - \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}\cdot\text{६}} + \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}\cdot\text{६}\cdot\text{८}}.$$

शेवटची संख्या अंत्यत अल्प म्हणून सोडून दिल्यास.

$$\text{२अ} = \text{ड} - \frac{\text{ड}}{\text{८}} + \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}} - \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}}\left(\frac{\text{१}}{\text{६}} - \frac{\text{१}}{\text{६}\cdot\text{८}}\right).$$
$$= \frac{\text{७}}{\text{८}}\text{ड} + \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}} - \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}\cdot\text{६}} + \frac{\text{ड}}{\text{८}\cdot\text{२९}\cdot\text{६}\cdot\text{८}}.$$

(४) आता या संबंधाने प्रो. गुर्जर काय म्हणतात ते पहा:—

त्यांच्या मते π ची किंमत दोन्ही रीतीने तीच येते यावरून बौधायनाने वरील रीतीने ही **२अ** ची किंमत किंवा चौरसाच्या बाजूची लांबी ठरविली असेल असे वाटत नाही.

तर्काला धरून खालील रीत वापरली असावी.
त्यांच्या मते २४ अंगुले लांब भुजा असलेला चौरस गृहीत धरण्याची जरुरी नाही.

वर आलेले समीकरण पुढे देत आहे ते असे:—

$$ड = \frac{अ}{३}\ (२ = \sqrt{२}).$$

$$\therefore\ \frac{ड}{अ} = \frac{\text{वर्तुळाचा व्यास}}{\text{चौरसाची } \frac{१}{२} \text{ भुजा}} = \frac{१}{३}\ (२ + \sqrt{२}).$$

$$= \frac{१}{३}\left[२ + १ + \frac{१}{३} + \frac{१}{३\cdot४} - \frac{१}{३\cdot४\cdot३४}\right]$$

$$= \frac{१३९३}{१२२४}.$$

$$\therefore\ \frac{अ}{ड} = \frac{१२२४}{१३९३}.$$

आता हे उत्तर सूत्रात तयार करावयाचे झाल्यास १२२४ व १३९३ या दोन संख्यांचा अन्योन्य संबंध असावयास पाहिजे. म्हणून बौधायनांनी प्रथम दोन्ही संख्यांना भाग देऊन कमीत कमी बाकी राहीलअशी संख्या शोधून काढली. ती रीत अशी:—

१३९३ या संख्येला १२२४ या संख्येने भागिले असता बाकी १६९ राहते. हा थोडक्यात या संख्येचा दृढभाजक झाला. आता १३९३ या संख्येला जर १६९ या संख्येने भागले तर भागाकार $८\frac{४१}{१६९}$ असा येईल म्हणजे ८ चा भाग लागून बाकी ४१ उरेल. तसेच १२२४ या संख्येला १६९ या संख्येने भागिले असता भागाकार $७\frac{४१}{१६९}$ येतो. किंवा भाग ७ चा लागून बाकी ४१ उरते. आता वरील उदाहरणात येणारा भागाकार ८ व ७ हा कायम ठेवून, जर कमीत कमी बाकी यावयास पाहिजे असेल तर वरील दोन्ही संख्याना १७४ या संख्येने भागावे लागेल व तसे केले असता

$$\frac{१३९३}{१७४} = ८\frac{१}{१७४} \text{ व } \frac{१२२४}{१७४} = ७\frac{६}{१७४}.$$

१३९३ या पहिल्या संख्येस ८ चा भाग लागला व बाकी १ राहिली व १२२४ या दुसऱ्या संख्येस ७ चा भाग लागला व बाकी ६ राहिली. या प्रमाणे बौधायनांनी वरील संख्यांना १६९ या संख्येपासून भागावयास सुरवात करून, १७०; १७१; १७२; १७३ व १७४ या संख्यांनी भागून वरील उत्तर काढले असले पाहिजे व कमी बाकी व ८ व ७ हे भाग कायम ठेवणारी अशी १७४ ही संख्या सापडताच तो येथेच थांबला, कारण त्याला १२२४ ही संख्या १३९३ या संख्येशी संबधित कशी राहील एवढेच पहावयाचे होते. आणि यावरून त्याने पुढील समीकरण तयार केले ते असे:—

अनुक्रमणिका

$$\frac{अ}{ड} = \frac{१२२४}{१३९३} = \frac{\frac{१२२४}{१७४}}{\frac{१३९३}{१७४}} = \frac{७ + \frac{६}{१७४}}{८ + \frac{१}{१७४}} = \frac{७ + \frac{१}{२९}}{८ + \frac{१}{१७४}}$$

$$= \frac{७ + \frac{१}{२९}}{८ + \frac{१}{६.२९}} = \frac{\frac{७}{८} + \frac{१}{८.२९}}{१ + \frac{१}{६.८.२९}}$$

$$= \left(\frac{७}{८} + \frac{१}{८.२९}\right)\left(\frac{१}{१ + \frac{१}{६.८.२९}}\right)$$

$$= \left(१ - \frac{१}{८} + \frac{१}{८.२९}\right) \times \frac{१}{१ + \frac{१}{६.८.२९}}$$

आता $\frac{१}{१ + \frac{१}{६.८.२९}}$ या अपूर्णांकाची किंमत त्यांनी केवळ साधे भाग पाडून कशी केली ते पहा :—

$$\frac{१}{१ + क्ष} = १ - क्ष + क्ष^{२} - क्ष^{३}.$$

$$\therefore \quad \frac{१}{१ + \frac{१}{६.८.२९}} = १ - \frac{१}{६.८.२९} + \left(\frac{१}{६.८.२९}\right)^{२}$$

$$- \left(\frac{१}{६.८.२९}\right)^{३}.$$

$$\therefore \quad \frac{अ}{ड} - \left(१ - \frac{१}{८} + \frac{१}{८.२९}\right)\left(१ - \frac{१}{६.८.२९} + \ldots\ldots\right).$$

वर दिलेल्या अति लहान संख्या सोडून दिल्यास आपणास दिसून येईल की, साधा भागाकार व द्विपद सिद्धांत (Binomial Theorem)ऋण घातांक असलेला –Ve Index वापरून सूत्रकारांनी हे सूत्र अथवा नियम तयार केला.

हे करणे केव्हाही योग्य असेच होते. कारण क्ष $= \frac{१}{६.८.२९}$ ही येणारी संख्या

ही येणारी संख्या केव्हाही १ या संख्येपेक्षा कमीच आहे. तसेच ही रीत साध्या भागाकारावर आधारलेली असून, ती एकदम लक्षात येण्यासारखी आहे.

आतापर्यंत या संबंधात बौधायनांनी हा नियम कसा शोधून काढला असेल या विषयी चार निरनिराळ्या विद्वानांची मते पाहिली,

हा विषय आता पूर्ण करण्यापूर्वी डॉ. थिबो यांनी काही विधाने केलेली आहेत त्यांचा विचारकरणे जरूर आहे.

(१) वर्तुळाच्या क्षेत्रफळांबरोबर समक्षेत्र चौरस तयार करताना आपस्तंब म्हणतात "यावत् हीयते तावदामन्तु" (आप. शु. पृ. ४९–५०) जेवढे क्षेत्र आपण गमावतो तेवढे आपणपरत मिळवतो. हे आपस्तंबांचे शब्द पूर्णपणे दाखवून देतात की वर्तुळाचे क्षेत्रफळांबरोबर समक्षेत्र चौरस तयार होतो आणि म्हणून हे सूत्र अचूक असल्याचा ते निर्वाळा देतात. आणि म्हणून त्यांचा हा प्रयत्न डॉ. थिबोंना सतराव्या शतकात या विषयी झालेल्या प्रयत्नापेक्षा अधिक मोलाचा वाटत नाही.

डॉ. थिबो यांनी वरील गोष्टीचा विचार करताना पुढील दोन गोष्टी अजिबात लक्षात घेतल्या नाहीत.

(१) सतराव्या शतकातील गणितज्ञांना $\pi = \frac{\text{वर्तुळाचा परिघ}}{\text{व्यास}}$

या गुणोत्तराची पूर्ण कल्पना व त्याची अंदाजी किंमत ही माहीत होती.

(२) द्विमल √२ याचीही अंदाजी किंमत त्यास माहीत होती.

(३) वर्तुळ व चौरस यांचे क्षेत्रफळ कसे काढावे ह्याची त्यांस चांगली माहिती होती.

शुल्बसूत्रकाली वरील सर्वच गोष्टी अज्ञात होत्या. त्या त्यांनी प्रथम स्वतः सिद्ध करून, त्या जगासमोर ठेवण्याचा प्रयत्न केला या गोष्टीला महत्त्व देणे हेच जास्त योग्य आहे.

(आ) आता "चौरसाची बाजू किती घेतली असताना, त्या चौरसाचे क्षेत्रफळ वर्तुळाचे क्षेत्रफळाबरोबर होईल"हा जो नियम बौधायनांनी सांगितला त्या नियमाबद्दल डॉ. थिबो म्हणतात "हा बौधायनांनी सांगितलेला नियम चौरसाचे क्षेत्रफळाबरोबर क्षेत्रफळ असलेले वर्तुळ कसे करता येईल" या नियमाच्या अगदी उलट आहे. त्यात कर्णिका २ (√२) ह्याचे किंमतीवर तो आधारलेला आहे. द्विमूल √२ ची किंमत ५ दशांश स्थानांपर्यंत बरोबर असल्यामुळे याचे येणारे उत्तर, अंदाजी पण बरोबर येणे शक्य आहे.

अनुक्रमणिका

१७ व्या शतकानंतर π व $\sqrt{२}$ यांच्या किंमती त्या असंमेय असल्यामुळे अचूक मिळणे शक्य नाही व म्हणून चौरस व वर्तुळ हे समक्षेत्र असणारे तयार करता येणार नाहीत ही गोष्ट पाश्चात्य गणितज्ञांच्या, ध्यानात येण्यास सर्व प्रकारची साधने उपलब्ध असून सुद्धा दीड शतक लागले एवढे येथे सांगितले म्हणजे पुरे.

३,००० वर्षापूर्वी, चौरस व वर्तुळ हे समक्षेत्र करावयाचे झाल्यास π व $\sqrt{२}$ह्यांच्या किंमती माहीत असण्याची आवश्यकता त्यांचे ध्यानात आली व त्यांच्या किंमती काढण्याचा प्रयत्न त्यांनी केला हेच जास्त महत्त्वाचे आहे.

त्यांच्या प्रयत्नात ते कितपत यशस्वी झाले हे आपण वर पाहिले. या त्यांच्या कृतीचे योग्य मूल्यमापन करून, त्यांस या बद्दल धन्यवाद देणे अवश्य आहे.

आता π=३·०९ ही किंमत शुल्बसूत्राप्रमाणे आली ती सुधारण्याचे प्रयत्न कसे झाले हे श्री. बी. बी. दत्त यांचे शब्दात थोडक्यात सांगतो:—

(१) आर्यभट पहिला याने π=३·१४१६ अशी किंमत काढल्याचे वर सांगितले आहे.

(२) शुल्बसूत्रावरील टीकाकार द्वारकानाथ यज्व यांनी ही किंमत सुधारण्याच्या प्रयत्न केला. तो असा:—

चौरसाची बाजू—२**अ** व वर्तुळाची त्रिज्या = **र.**

$$\therefore \quad र = अ + \frac{अ}{३}(\sqrt{२} - १). \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (१)$$

$$अ = र - \frac{र}{८} + \frac{र}{८.२९} - \frac{र}{८.२९.६} + \frac{र}{८.२९.६.८} \qquad (२)$$

द्वारकानाथ यज्व ह्यानी वरील समीकरणात पुढील सुधारणा सुचविल्या

$$र = \left[अ + \frac{अ}{३}(\sqrt{२} - १)\right]\left(१ - \frac{१}{११८}\right) \text{ आणि}$$

$$अ = \left\{र - \frac{र}{८} + \frac{र}{८.२९} - \frac{र}{८.२९.६} + \frac{र}{८.२९.६.८}\right\}\left(१ + \frac{१}{२}\cdot\frac{३}{१३३}\right).$$

यामुळे π=३·१४११०९ किंवा π=३·१५७९०१ अशा किंमती येतात.

यावरून असे स्पष्ट दिसून येते की π ची किंमत अचूक नसल्यामुळेच ती वेळोवेळी सुधारण्याचा प्रयत्न झाला.

अनुक्रमणिका

या नंतर श्री. अविनाशसिंग यांनी “History of Philosophy”या पुस्तकात भूमिती संबंधाने पुढील माहिती दिली आहे.

π ची किंमत: ग्रीक लोकांत पुष्कळ गणिती झाले परंतु त्यांना π ची योग्य किंमत काढता आली नाही. ते π=२२/७ या किंमतीवरच खूष होते. हिंदूनी या बाबतीत बरीच प्रगती केली. आर्यभटाने ही किंमत π=३·१४१६ अशी सांगितली. इतकी अचूक किंमत सांगणारा पहिला गणिती तोच होय.

$\frac{२२}{७}$ किंवा $\frac{३५५}{११३}$ अशा π च्या किमतीचा वापर भारतीयांनी केलेला

आढळतो. काही लोक π = √१० ही वापरण्यास सोपी अशी किंमत उपयोगात आणीत.

ढवल नावाच्या ग्रंथात π = ३५५/११३ या किंमतीचा वापर केलेला आहे. भारतीयांनी ९ ते अधिक दशांश स्थळापर्यंत ही किंमत काढण्याचा प्रयत्न केलेला दिसतो.

सुरुवातीला वर्तुळात बहुभुज आकृतीच्या भुजांची संख्या वाढवून त्या आकृतीचे अंतर्लेखन करून ही किंमत काढण्याचा प्रयत्न करण्यात आला. हिंदूंच्याच प्रभावांमुळे ह्या किंमतीचा प्रसार चायनात झाला. ह्या नंतर १६ व्या व १७ व्या शतकात ही किंमत ठरविण्यासाठी अपरिमित श्रेणीचा उपयोग केला.

वरील दोन्ही रीतींचा उपयोग पाश्चात्यांनी फारच उशीरा केला आहे.

(१२) दक्षिणाग्नीचे स्थान ठरविण्याच्या निमित्ताने √२ व √५ ह्यांच्या किंमती ठरविण्याचा केलेला प्रयत्न.

गार्हपत्य, आहवनीय व दक्षिणाग्नी हे तीन, हिंदूंनी पवित्र व पूज्य मानलेले अग्नी आहेत.

या अग्नींचे वर्णन करताना, दक्षिणाग्नीचे स्थान निश्चित करण्याकरता, ३ निरनिराळे नियम बौधायनानी व कात्यायन आणि आपस्तंब यांनी प्रत्येकी दोन नियम सांगितले आहेत.

(१) या पैकी बौधायनांनी सांगितलेल्या ३ नियमांचे आधारे या प्रश्नांचा विचार करू:—

(अ) आयामतृतीयेन त्रीणि चतुरस्त्राण्यनुवीनाति कारयेदपरस्योत्तरस्यां श्रोन्यां गार्हपत्यः तस्यैव दक्षिणेऽसेऽन्वाहार्यपचनः पूर्वेस्योत्तरेऽसे आहवनीय इति । बौ. शु. १—६७.

“(आहवनीय व गार्हपत्य या मधील अंतर) या अंतराचा १/३ भाग घेऊन, त्या भागाने तयार होणारे ३ चौरस (पूर्व-पश्चिम असे) एकमेकांना जोडावे. या पैकी गार्हपत्याचे स्थान पश्चिमेकडील चौरसाच्या उत्तर श्रोणीवर, दक्षिणाग्नीचे स्थान, त्याच चौरसातील दक्षिण बाजूचे अंसावर व आहवनीयाचे स्थान पूर्व बाजूच्या चौरसातील उत्तर अंसावर.”

आता याच अर्थाचा परंतु जरा भिन्न असा नियम कात्यायनांनी दिला आहे तो असा:—

अनुक्रमणिका

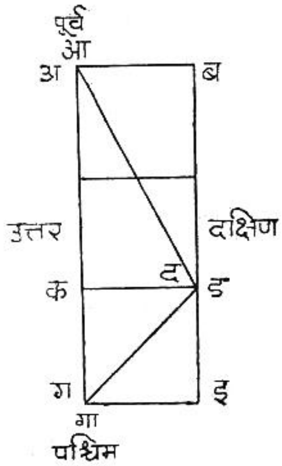
(आ) अपि वान्तरत्रिभागोनया रज्ज्वा पूर्वार्धे समचतुरस्रं कृत्वा श्रोण्यामग्निः । का. शु. १—२९

अथवा गार्हपत्य व आहवनीय या कधील अंतराचा १/३ भाग त्या दोरीतून कमी केलेल्या दोरीने गार्हपत्याच्या पूर्वेकडील अर्ध्या भागामध्ये चौरस करून, त्याच्या श्रोणीवर दक्षिणाग्नी स्थापावा.

याच अर्थाचा पण जरा निराळ्या शब्दात हाच नियम आपस्तंबांनी सांगितला आहे:—

(इ) दक्षिणतः पुरस्ताद्वितृतीय देशे गार्हपत्यस्य नेदीयसि दक्षिणाग्नेविज्ञायते । आ. शु. पृ. ६५.

गार्हपत्याचे जवळ पूर्वबाजूच्या दक्षिणेला वितृतीय अंतरावर दक्षिणाग्नीचे स्थान.



आकृती–१

आकृती १ ही बौधायन व आपस्तंब यांचे नियमाप्रमाणे व आकृती २ ही कात्यायनांनी सांगितलेल्या नियमाप्रमाणे. आकृती १ ही एकासारखे एक असे तीन चौरस जोडून तयार केली आहे. त्यात अ = आहवनीयाचे स्थान. **ग**=गार्हपत्याचे स्थान. **ड** = दक्षिणाग्नीचे स्थान.

आकृती २ मध्ये **अग** या मधील अंतराचे तीन सारखे भाग करून, त्यातील २ भागाच्या मोठ्या चौरसाला लहान भागाचा चौरस जोडून तयार झाली.

यातील **अबकड** या आयताचा **अड** हा कर्ण आहे.

(१) $\therefore$ **अड**^{2} = **अक**^{2}+**कड**^{2}

$\because$ **अक** = **२कड** आणि **कड**=१/३ **अग.**

=(**२कड**)^2 + **कड**^{2}.

=४**कड**^{2}+**कड**^{2}

=५**कड**^{2}

$\therefore$ कर्ण **अड** = √५·**कड**

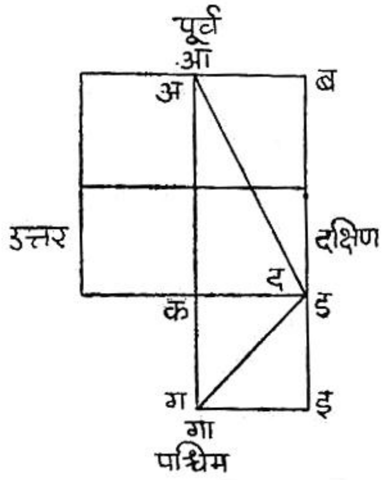
अनुक्रमणिका

(२) याचप्रमाणे **गड** हा **कडइग** या चौरसाचा कर्ण आहे.

$\therefore$ **गड**^{२}=**कग**^{२}+**गइ**^{२}

=**कग**^{२}+**कड**^{२}=२**कड**^{२}

$\therefore$ **गड**—√२·**कड.**



आकृती–२

यावरून जर वर काढलेल्या आकृतीतील चौरसाच्या बाजूची लांबीमाहीत असेल तर √५ व√२यांच्याकिंमती काढणे शक्य होईल.

(निरञ्छन चिन्हांप्रमाणे) वितृतीय चिन्हाचा दोरीवर उपयोग करून व ते वितृतीय चिन्ह दक्षिणेला खेचून दक्षिणाग्नीचे स्थान निश्चित करताना √५ व √२ यांच्या किंमती काढण्याचा शुल्बकारांनी प्रयत्न केला आहे.

निरनिराळ्या सूत्रकारांनी गार्हपत्य व आहवनीय या मधील अंतर पुढीलप्रमाणे दिले आहे.

(१) आहवनीयोथ … …गार्हपत्यस्तस्मादेतं … … गार्हपत्यात्प्राञ्चमुद्धरन्ति। २२. तं वा अष्टासु विक्रमेषु आदधीत । २३. एकादशस्वादधीत … । २४ द्वादशस्वादधीत् । २५. ब्रा. १—७—३—२२—२५.

(२) पुरस्तादाहवनीयस्याष्टासु प्रक्रमेष्वेकादशसु द्वादशसु मत्या वा । का. श्रौ. सू. ४—८—११.

(३) अष्टासु ब्राह्मणस्यैकादशसु राजन्यस्य द्वादशसु वैश्यस्य । मत्याषाढ श्रौ. सू. ३—५—३.

(५) तस्मात्प्राचीनमष्टासु प्रक्रमेषु ब्राह्मणस्याहवनीयायतनम् । एकादशसु राजन्यस्य । द्वादशसुवैश्यस्य । आप. श्रौ. सू. ४—२—२३.

(६) अष्टासु प्रक्रमेषु ब्राह्मणोऽग्निमादधीतैकादशसु राजन्यो द्वादशसु वैश्यः बौ. शु. १—६६.

अनुक्रमणिका

आहवनीय व गार्हपत्य यांच्या स्थानातील अंतर ८, ११ किंवा १२ प्रक्रम असावे असे वर सांगितल्याप्रमाणे निरनिराळ्या सूत्रकारांनी सांगितले आहे. अशाच तऱ्हेचे विचार बौधायन शुल्बातही आहेत. आता दक्षिणाग्नीचे स्थान निश्चित करताना वितृतीय चिन्हाचा उपयोग कसाकेला ते पाहू:—

(अ) पहिली रीतः—

(१) अपि वा गार्हपत्याहवनीययोरन्तरालं पञ्चधा षोढा व संभुज्य षष्ठं सप्तमं वा भागमागन्तुकमुपसमस्य समं त्रैधं विभज्य पूर्वस्मादन्त्याद् द्वयोर्भागयोर्लक्षणं करोति । गार्हपत्याहवनीययोरन्तौ नियम्य लक्षणेन दक्षिणापायम्य लक्षणे शङ्कुं निहन्ति तद्दक्षिणाग्नेरायतनं भवति । बौ. शु. १—६८.

बौधायन सांगतातः— आहवनीय व गार्हपत्य यांचेमधील अंतराएवढ्या दोरीचे ५ किंवा ६ सारखे भाग करून, त्या अंतरात ६ वा किंवा ७ वा भाग मिळवावा. (ज्या प्रमाणे त्या अंतराचे भाग पाडावयाचे निश्चित केले असेल त्या प्रमाणे) व अशा वाढवलेल्या दोरीचे सारखे तीन भाग करावे. नंतर पूर्वेकडून दुसऱ्या भागाचे शेवटी खूण करावी. त्यानंतर गार्हपत्य व आहवनीय यांच्या स्थानांच्या मध्यभागी असलेल्या खुंट्यात त्या दोरीचे पाश अडकवून, त्या दोरीवर केलेली (दुसऱ्याभागाचे शेवटी) वितृतीय खूण हातात घेऊन दक्षिणेला खेचावी. व ह्या खुणेचे जागी खुंटी ठोकावी. हेच दक्षिणाग्नीचे स्थान.

अशाच तऱ्हेचे विचार आपस्तंब व कात्यायन यांनी थोड्या फार फरकाने सुचविले आहेत. आपस्तंब व बौधायन या दोघांचा नियम एकाच अर्थाचा आहे. कात्यायनांनी नियम सांगताना दोरीचे ५ किंवा ६ भाग न करता तिचे ६ व ७ भाग करून मगच दोरीत वाढ केली आहे. ह्या सूत्रावरूनच √५ व √२ यांच्या किंमती काढावयाच्या असल्यामुळे ती सूत्रे पुढे देत आहे.

(२) गार्हपत्यहवनीययोरन्तरालं पञ्चधा षङ्धावा संविभज्य षष्ठं सप्तमं वा भागमागन्तुमुपससस्य समं त्रैधं विभज्यापरस्मिस्तृतीये लक्षणं कृत्वा गार्हपत्याहवनीययोरन्तौ नियम्प लक्षणेनदक्षिणापायम्य निमित्तं करोति । तद्दक्षिणाग्नेरायतनम् । श्रुतिसामर्थ्यात् । आप. शु. पृ. ६६.

आपस्तंबांनी सांगितलेल्या सूत्राचा अर्थ बौधायनांनी सांगितलेल्या सूत्रांप्रमाणेच आहे.

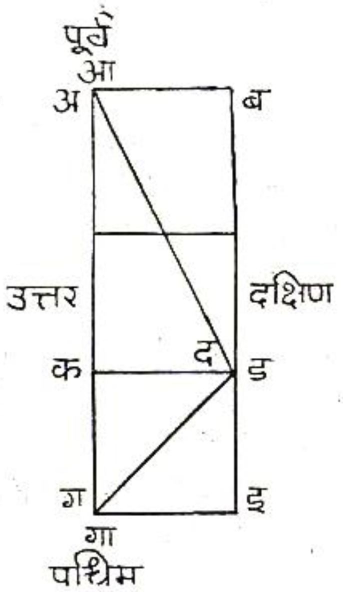
आता कात्यायन काय म्हणतात ते पहा:—

(३) गार्हपत्याहवनीययोरन्तरालं षङ्धा सप्तधा वाऽऽगन्तुसमं त्रेधा विभज्यापरवितृतीय लक्षणेन दक्षिणायम्य तस्मित्रग्नि । का. शु. १—२७.

गार्हपत्य व आहवनीय या मधील अंतरात ६ वा किंवा ७ वा भाग वाढवून, त्या वाढलेल्या दोरीचे सारखे तीन तीन भाग करून, त्या (वाढवलेल्या) दोरीच्या दुसऱ्या भागाचे शेवटी वितृतीय चिन्ह करावे. ते चिन्ह दक्षिणेला खेचून, त्या ठिकाणी खूण करावी. आणि त्या जागी अग्नी (दक्षिणाग्नी) स्थापावा.

आता प्रथम गार्हपत्य व आहवनीय या मधील अंतर वर सांगितल्याप्रमाणे ८, ११ किंवा १२ प्रक्रम घेऊन, त्यात त्या अंतराचा १/६ अगर १/७ भाग वाढवून त्याचे सारखे ३ भाग करा व त्यानंतर द्विमूल (√२) किंवा पंचमूल (√५) यांच्या किंमती काय येतात ते पहा.

प्रकार १ ला : आकृती १ वरून असे दिसून येते की –



आकृती–१

$$\text{अड} = \sqrt{५}\ \text{कड. अथवा}\ \sqrt{५} = \frac{\text{अड}}{\text{कड}}$$

$$\text{गड} = \sqrt{२}\ \text{कड. किंवा}\ \sqrt{२} = \frac{\text{गड}}{\text{कड}}$$

(अ) जर अग = ८ वरील नियमांप्रमाणे.

$$\text{तर अक} = \frac{८}{१} \times \frac{२}{३} = \frac{१६}{३}\ \text{आणि}$$

$$\text{कग} = \text{कड} = \frac{८}{३}$$

$$\text{अड} + \text{डग} = \frac{८}{१} + \frac{८}{६} = \frac{२८}{३}$$

$$\text{अड} = \frac{२८}{३} \cdot \frac{२}{३} = \frac{५६}{९}\ \text{व}$$

$$\text{गड} = \frac{२८}{३} \times \frac{१}{३} = \frac{२८}{९}$$

$$\therefore\ \sqrt{५} = \frac{\text{अड}}{\text{कड}} = \left(\frac{५६}{९}\right) \div \frac{८}{३} = \frac{५६}{९} \times \frac{३}{८} = \frac{७}{३} = २.३३३ \qquad (१)$$

$$\text{आणि}\ \sqrt{२} = \frac{\text{गड}}{\text{कड}} = \frac{२८}{९} \times \frac{३}{८} = \frac{७}{६} = १.१६६६. \quad \cdots \qquad (२)$$

अनुक्रमणिका

(आ) अग = ११ वर दाखविल्याप्रमाणे.

$\therefore$ अग = ११ $\quad \therefore$ अक = $११ \times \frac{२}{३} = \frac{२२}{३}$ आणि कग = कड = $\frac{११}{३}$

$\therefore$ अड = $\sqrt{५}$कड किंवा $\sqrt{५} = \frac{\text{अड}}{\text{कड}}$

आणि गड = $\sqrt{२} \times$ कड किंवा $\sqrt{२} = \frac{\text{गड}}{\text{कड}}$

अड + गड = $११ + \frac{११}{६} = \frac{७७}{६}$

$\therefore$ अड = $\frac{७७}{६} \times \frac{२}{३} = \frac{७७}{९}$ आणि गड = $\frac{७७}{६} \times \frac{१}{३} = \frac{७७}{१८}$

$\therefore \sqrt{५} = \frac{७७}{९} \times \frac{३}{११} = \frac{७}{३} = २.३३३$ ... ... (१)

आणि $\sqrt{२} = \frac{७७}{१८} \times \frac{३}{११} = \frac{७}{६} = १.६६६$ ... ... (२)

(इ) अग = १२

अक = $१२ \times \frac{२}{३} = ८$ आणि गड = कड = $१२ \times \frac{१}{३} = ४$

अश + गड = $१२ + \frac{१२}{६} = १४$ $\quad \therefore$ अड = $१४ \times \frac{२}{३} = \frac{२८}{३}$.

आणि गड = $१४ \times \frac{१}{३} = \frac{१४}{३}$

$\therefore \sqrt{५} = \frac{२८}{३} \times \frac{१}{२} = \frac{७}{३}$ आणि $\sqrt{२} = \frac{१४}{३} \times \frac{१}{८} = \frac{७}{६}$

$\therefore \sqrt{५} = २.३३३$ ... ... (१)

आणि $\sqrt{२} = १.६६६$ ... ... (२)

प्रकार २ रा यात मापण्याच्या दोरीची वाढ $\frac{१}{७}$ ने करावयाची.

(अ) अग = ८ $\quad \therefore$ अक = $\frac{१६}{३}$ व कड = $\frac{८}{३}$

अड + डग = $८ + \frac{८}{७} = \frac{६४}{७}$ $\quad \therefore$ अड = $\frac{६४}{७} \times \frac{२}{३} = \frac{१२८}{२१}$

अनुक्रमणिका

$$\text{व}\ \text{डग} = \frac{\text{६४}}{\text{७}} \times \frac{\text{१}}{\text{३}} = \frac{\text{६४}}{\text{२१}}.$$

$$\therefore\ \sqrt{\text{५}} = \frac{\text{१२८}}{\text{२१}} \times \frac{\text{३}}{\text{८}} = \frac{\text{१६}}{\text{७}} = \text{२.२८५७} \quad \ldots \quad (\text{१})$$

$$\text{आणि}\ \sqrt{\text{२}} = \frac{\text{६४}}{\text{२१}} \times \frac{\text{३}}{\text{८}} = \frac{\text{८}}{\text{७}} = \text{१·१४२८५} \quad \ldots \quad (\text{२})$$

$$(\text{आ})\quad \text{अग} = \text{११}.\quad \therefore\ \text{अक} = \frac{\text{२२}}{\text{३}}\ \text{व}\ \text{कड} = \frac{\text{११}}{\text{३}}.$$

$$\text{अड} + \text{डग} = \text{११} + \frac{\text{११}}{\text{७}} = \frac{\text{८८}}{\text{७}}.$$

$$\therefore\ \text{अड} = \frac{\text{८८}}{\text{७}} \times \frac{\text{२}}{\text{३}} = \frac{\text{१७६}}{\text{२१}}.$$

$$\text{आणि}\ \text{कड} = \frac{\text{८८}}{\text{७}} \times \frac{\text{१}}{\text{३}} = \frac{\text{८८}}{\text{२१}}.$$

$$\therefore\ \sqrt{\text{५}} = \frac{\text{१७६}}{\text{२१}} \times \frac{\text{३}}{\text{११}} = \frac{\text{१६}}{\text{७}} = \text{२·२८५७} \quad .. \quad (\text{१})$$

$$\text{आणि}\ \sqrt{\text{२}} = \frac{\text{८८}}{\text{२१}} \times \frac{\text{३}}{\text{११}} = \frac{\text{८}}{\text{७}} = \text{१·१४२८५} \quad .. \quad (\text{२})$$

तिसरा प्रकार :—

यानंतर बौधायनांनी आणखी एक नियम सांगितला तो असा:—

(१) अपि वा प्रमाणं पञ्चमेन वर्धयेत्तत्सर्वं पञ्चधा संभज्यापरस्मात् अन्त्यात् द्वयोर्भागयोर्लक्षणं करोति । पृष्ठयान्तयोः पाशौ प्रतिमुच्य लक्षणेन. दक्षिणापायम्य लक्षणे शङ्कुं निहन्ति । तद्दक्षिणाग्नेरायतनं भवति । बौ. शु. १—६९

मापण्याची दोरी तिच्या ५ व्या भागाने वाढवून त्या वाढवलेल्या दोरीचे ५ भाग करा आणि एका शेवटाकडून दोरीचे दोन भाग सोडून देऊन त्या ठिकाणी वितृतीय चिन्हकरा.दोरीचे पाश पूर्वेला व पश्चिमेला असलेल्या खुंट्यात अडकवून वितृतीय चिन्हदक्षिणेला खेचावे. ज्या ठिकाणी हे चिन्ह जमिनीला स्पर्श करीलत्या ठिकाणी खुंटी ठोका. हेच ते दक्षिणाग्नीचे स्थान.

गार्हपत्य व आहवनीय या मधील अंतरा एवढ्या दोरीचे पाच भाग करून व ती दोरी पाचव्या भागाने वाढवून त्या एकंदर वाढवलेल्या दोरीचे पाच भागकरा या मधील एक भाग तीन भागांचा व दुसरा दोन भागांचा करून, तीन भागांच्या शेवटी वितृतीय चिन्ह करा.

अनुक्रमणिका

(अ) $अग = ८अक = \frac{१६}{३}$ व $कग = \frac{८}{३}$

$$अड + गड = ८ + \frac{८}{५} = \frac{४८}{५} \quad \therefore \quad अड = \frac{४८}{५} \times \frac{३}{५} = \frac{१४४}{२५}$$

$$आणि \; डग = \frac{४८}{५} \times \frac{२}{५} = \frac{९६}{५}$$

$$\therefore \quad \sqrt{५} = \frac{अड}{कग} = \frac{१४४}{२५} \times \frac{३}{८} = \frac{१८}{२५} \times \frac{३}{१} = \frac{५४}{२५} = २.१६ \quad (१)$$

$$\sqrt{२} = \frac{९६}{२५} \times \frac{३}{८} = \frac{३६}{२५} = १.४४ \quad \dots \quad \dots \quad (२)$$

(आ) $अग = ११. \quad \therefore \quad अक = ११ \times \frac{२}{३}$ आणि $कग = ११ \times \frac{१}{३}$

$$\therefore \quad अक = \frac{२२}{३} \; व \; कग = \frac{११}{३}.$$

$$अड + गड = ११ + \frac{११}{५} = \frac{६६}{५} \quad \therefore \quad अड = \frac{६६}{५} \times \frac{३}{५} = \frac{१९८}{२५}$$

$$आणि \; गड = \frac{६६}{५} \times \frac{२}{५} = \frac{१३२}{२५}.$$

$$\therefore \quad \sqrt{५} = \frac{१९८}{२५} \times \frac{३}{११} = \frac{५४}{२५} = २.१६$$

$$आणि \; \sqrt{२} = \frac{१३२}{२५} \times \frac{३}{११} = \frac{३६}{२५} = १.४४.$$

(इ) $अड = १२ \quad \therefore \quad अक = १२ \times \frac{२}{३} = ८$ आणि $कग = १२ \times \frac{१}{३} = ४$

$$\therefore \quad अड + डग = १२ + \frac{१२}{५} = \frac{७२}{५}$$

$$\therefore \quad अड = \frac{७२}{५} \times \frac{३}{५} = \frac{२१६}{२५} \; व \; गड = \frac{७२}{५} \times \frac{२}{५} = \frac{१४४}{२५}$$

$$\therefore \quad \sqrt{५} = \frac{२१६}{२५} \times \frac{१}{४} = \frac{५४}{२५} = २.१६ \quad \dots \quad \dots \quad (१)$$

$$आणि \quad \sqrt{२} = \frac{१४४}{२५} \times \frac{१}{४} = \frac{३६}{२५} = १.४४ \quad \dots \quad \dots \quad (२)$$

वर दाखविल्या प्रमाणे √५ आणि √२ यांच्या किंमती पुढील प्रमाणे येतात.
√५ = २·३३३३; २·२८५७; २·१६
√२ =१·६६६६; १·१४२८५; १४४.
हल्ली प्रचारात असलेल्या त्यांच्या किंमती पुढील प्रमाणे आहेत.
√५ = २·२३६०७ आणि √२ =१·४१४२१३ अशा आहेत.

अनुक्रमणिका

या सर्व असंमेय आणि म्हणूनज अंदाजी आहेत. ह्या सूत्रांप्रमाणे आलेल्या किंमती किती अंदाजी आहेत याची कल्पना, सूत्रकारांनी त्यांचा वर्ग करून पाहिली असेलच. जसे:—

५=$(२·३३३३)^२$; $(२·२८५७)^२$;किंवा $(२·१६)^२$.
= ५·४४४२८८८९; ५·३४१६८०९; ४·६६८८५६.

वरील आलेल्या उत्तरांशी √५ = २·२३६०७ ही प्रचलित किंमत ताडून पहा.

∴ $(२·२३६०७)^२$= ५·०००००९०४४९.
आता २ = $(१·१६६६)^२$=; $(१·१४२८५)^२$; व $(१·४४)^२$.
= १·३६०१५५५७; १·३०६११९६१२२५; २·०७३६.

आता आलेल्या उत्तराशी प्रचलित √२ = १·४१४२१३ ही किंमत २ = $(१·४१४२१३)^२$= १·९९९९९८४०९३६९.

प्रचलित किंमती जरी अपुऱ्या असल्या तरी त्या बऱ्याच अचूक आहेत. परंतु सूत्रांप्रमाणे आलेल्या किंमती फारच अंदाजी आहेत, त्यातले त्यात बौधायन सूत्रकारांच्या दुसऱ्या नियमाप्रमाणे येणाऱ्या किंमती √५=२·१६ व √२=१·४४ या किंमती बऱ्याच अचूक आहेत.

वरील सर्व रीती तपासून पाहता एक अत्यंत महत्त्वाची गोष्ट नजरेस पडते ती अशी:—

(अ) काटकोन त्रिकोण करण्यासाठी दोरीवर करण्यात यावयाची “निरञ्छन” ही खूण, तसेच √५ व√२ ह्यांच्या किंमती काढण्यासाठी करण्यात यावयाची “वितृतीय” ही खूण व ह्या दोन्ही पद्धतीत असलेला सारखेपणा. ते साम्य असे:—

(१) दोन्ही पद्धतीत प्रमाण दोरीची वाढ केली जाते.

(२) निरञ्छन चिन्हाने, त्या एकंदर वाढवलेल्या दोरीचे दोन भाग पडतात एक भाग अक्ष्णये एवढा व दुसरा तिर्यङ्मानी एवढा. थोडक्यात दोरी (अक्ष्णया + तिर्यङ्मानी) या दोहोच्या बेरजेबरोबर असते.

(३) वितृतीय खुणेने पण त्या एकंदर दोरीचे दोन भाग पडतात (१) √५ एवढा व दुसरा √२ एवढा.

(४) निरञ्छनाने काटकोन त्रिकोण साध्य होतो. परंतु

(५) वितृतीय चिन्हांसाठी मूळ प्रमाणाचे (गार्हपत्य व आहवनीय या मधील अंतर) तीन भाग करून, तिसऱ्या भागाच्या मापाने तीन चौरस तयार करून ते पूर्व पश्चिम असे जोडून ठेवतात. वितृतीय चिन्हाची जागा ठरवावयाची झाल्यास, सूत्रकारांना पुढील दोन गोष्टींचे ज्ञान असल्याचे दिसून येते.

अनुक्रमणिका

(१) चौरसातील कर्णामुळे तयार होणारे क्षेत्र हे चौरसाच्या भुजेमुळे होणाऱ्या क्षेत्राचे नेहमी दुप्पट असते.

(२) आयताची एक बाजू जर दुसऱ्या बाजूच्या दुप्पट असेल तर त्या आयताचा कर्ण, हा त्या आयताच्या लहान बाजूच्या ५ पट क्षेत्र तयार करणारा होईल.

(६) यज्ञवेदी तयार करताना वर्गमूळ ५ (√५) चा उपयोग कोठेच केलेला आढळला नाही. याचे उलट वर्गमूळ २, (√२) चा उपयोग पुष्कळ ठिकाणी केलेला आढळतो.

(७) निरञ्छनाची व्याख्या करताना, सूत्रकारासमोर २ काटकोन त्रिकोण होते. (१) ज्यांच्या बाजू ३,४ आणि ५ ह्या प्रमाणात आहेत. व (२) ज्यांच्या बाजू ५, १२ आणि १३ या प्रमाणात आहेत.

(८) वरील नियम करण्यासाठी ज्या रीतीने नियम करण्यात आले ती रीतच भारतीयांना कर्णावरील सिद्धांताची पूर्ण कल्पना असल्याचे दर्शविते.

(९) काटकोन त्रिकोणांसाठी नियम करणे त्यातले त्यात सोपे होते परंतु वितृतीयाचे बाबतीत तशी स्थितीनाही.

(१०) वितृतीय नियमाने येणाऱ्या किंमती या पूर्णपणे अंदाजी आहेतयाची चांगली कल्पना झाल्यामुळेच, त्यांनी √२ ची किंमत पुन्हा काढण्याचा प्रयत्न केला. यात ते चांगलेच यशस्वी झाले हे पुढील लेखावरून ध्यानात येईल.

भाष्यकार राम हा नैमिशा (लखनौ जवळ) येथील राहणारा होता. त्याने कात्यायन शुल्बसूत्रावर टीका लिहिली असून, शारदातिलक या नावाचा ग्रंथ लिहिला आहे. त्याच्या "कुंडाकृती" नावाच्या ग्रंथात (हा ग्रंथ संवत् विक्रम १५०६– ख्रि. नं. १४४९) लिहिण्यात आला. त्यात त्याने हीच शुल्बाप्रमाणे येणारी √२ ची अंदाजी किंमत सुधारण्याचा प्रयत्न केला.

$$\sqrt{२} = १ + \frac{१}{३} + \frac{१}{३ \times ४} - \frac{१}{३ \times ४ \times ३४} \quad \cdots \quad (१)$$

"राम" यांनी हीच किंमत जास्त सूक्ष्मतर येण्याकरिता पुढील समीकरण मांडले आहे :—

$$\sqrt{२} = १ + \frac{१}{३} + \frac{१}{३ \times ४} - \frac{१}{३ \times ४ \times ३४} - \frac{१}{३ \times ४ \times ३४ \times ३३} + \frac{१}{३ \times ४ \times ३४ \times ३४} \quad \cdots \quad (२)$$

वरील समीकरणास दशांश रूप देऊन ते सोडवल्यास त्याची किंमत पुढील प्रमाणे येते.

(१) √२= १·४१४२१५६८६३ .. शुल्ब सूत्रांप्रमाणे.

(२) √२= १·४१४२१३५०२ .. राम यांच्याप्रमाणे.

(३) √२= १·४१४२१३५६ .. प्रचलित.

रामांनी काढलेली √२ ची अंदाजी किंमत ७ दशांश श्थळांपर्यंत बरोबर आहे.

(३) √३ ची किंमत (त्रिकरणी) ही कर्णावरील सिद्धांताचा उपयोग करून काढावी असे स्पष्ट म्हटले आहे. त्या नियमात आयताची एक बाजू √२ व दुसरी बाजू १ घेतली असता त्या आयताचा कर्ण √३ येतो.

(४) द्वारकानाथ यज्व सांगतात:—

$$\frac{१०}{\sqrt{३}} = ५ \text{ अं. } १७\frac{१}{२} \text{ तिल}; \quad \frac{१२}{\sqrt{३}} = ६ \text{ अं. } ३२ \text{ तिल};$$

$$\frac{१५}{\sqrt{३}} = ८ \text{ अं. } २३ \text{ तिल.}$$

वरील विवेचनावरून असे स्पष्ट दिसून येते की ह्या किंमती सुधारण्याचा प्रयत्न नंतर पण चालू होता.

(१३) भारतीयांनी √२ ची किंमत कशी काढली असावी ?

गेल्या प्रकरणात वर्गमूल √२ ची अंदाजी किंमत काढण्याचा कसा प्रयत्न झाला ते पाहिले आता या प्रकरणात तीच अंदाजी परंतु त्यातले त्यात जास्त अचूक कशी काढली असेल ते पाहू.

ही रीत शोधून काढण्याची काही खास जरूरी होती का? खालील कारणामुळे ती जरूरी खास भासली आणि म्हणून ही रीत शोधून काढण्याचा प्रयत्न झाला. ती कारणे अशी.

(१) वर्तुळाच्या क्षेत्राबरोबर, अर्धवर्तुळाचे क्षेत्र तयार करणे.

(२) सप्तविध अग्नीच्या क्षेत्रफळाचे दुप्पट अगर तिप्पट क्षेत्र तयार करणे

(३) ज्या चौरसाचे क्षेत्रफळ २ वर्ग पुरुष आहे असा चौरस तयार करणे.
सर्व सूत्रकार वर्गमूळ √२ ची एकच व्याख्या देतात. ती व्याख्या अशी:—

(अ) समचतुरस्त्रस्याक्षणयारज्जुर्द्विकरणी । का. शु. २—१२.

समचौरसातील कर्णामुळे होणारे क्षेत्रफळ हे नेहमी समचौरसाचे बाजूवरील क्षेत्रफळाचे दुप्पट असते. यालाच द्विकरणी असे म्हणतात.

अनुक्रमणिका

परंतु सूत्रकारांनी प्रथम ज्या वेळी √२ ची किंमत फारच अंदाजी येतअसल्याचे पाहिले त्या वेळी तीच √२ ची किंमत दुसऱ्या रीतीने काढून ती अंदाजी व बरीच अचूक अशी काढली. ही किंमत सर्व सूत्रकारांनी सारखीच दिली आहे. ती अशी:—

(आ) करणीं तृतीयेय वर्धयेत्तच्च स्वचतुर्थेनात्मचतुस्त्रिंशोनेन सविशेष इति विशेषः । का,शु. २—१३.

करणी १/३ ने वाढवावी व तो (तिसरा भाग) त्याच्या १/४ ने वाढवावा वत्यातूनच त्याचा १/३४ कमी करावा हा करणी व द्विकरणी यातील फरक. हा द्विकरणी ठरविण्याचा निराळा प्रकार.

वरील सूत्राचा अर्थ असा:— (ज्या बाजूच्या प्रमाणाच्या चौरसाची दुप्पट क्षेत्रफळ देणारी बाजू पाहिजे असेल) त्या बाजूची लांबी प्रथम १/३ ने व नंतर १/३ च्या १/४ ने वाढवा परंतु हा १/३ चा १/४ त्याच्या १/३४ ने कमी असा असावा:—

$$\therefore \sqrt{२} = १ + \frac{१}{३} + \frac{१}{३ \times ४} - \frac{१}{३ \times ३ \times ३४}.$$

$$= \frac{५७७}{४०८} = १.४१४२१५६.$$

सध्या प्रचारात असलेली √२=१·४१४२१३ ही सुद्धा अंदाजी किंमत आहे.

वर दिलेली शुल्ब सूत्राप्रमाणे आलेली अंदाजी √२ ची किंमत ही ५ दशांश स्थळांपर्यंत बरोबर आहे.

वरील नियमावर पुढील विद्वानांनी टीका केली आहे. त्यांची नावे अशी:—

(१) डॉ. थिबो, (२) श्री. टी. एल्. हीथ आणि (३) श्री. जी. आर. केयी.

वरील टीकेला आपल्याकडील दोघा विद्वानांनी उत्तरे दिलेली आहेत त्यांची नावे:—(१) श्री. बी. बी. दत्त व (२) प्रो. एल् व्ही. गुर्जर.

(अ) प्रथम आपण डॉ. थिबो यांनी काय टीका केली ते पाहू:—

डॉ. थिबो यांनी १८७५ साली "शुल्ब शास्त्र" या विषयावर एक निबंध लिहिला. हा निबंध त्या वर्षी एशिॲटिक सोसायटी ऑफ बेंगाल यांच्या मासिकात पुस्तक ४४ भाग २ मध्ये प्रसिद्ध झाला आहे. त्यात ते लिहितात.

(१) सूत्रात सांगितलेला नियम हा फारच थोडक्या व मोजक्या शब्दात सांगितला असून, त्यात नेमकी कोणची बाजू वाढवावी हे सांगितलेले नाही.

अनुक्रमणिका

(अ) सूत्र वाङ्मय स्पष्ट नाही ह्याची जाणीव डॉ. थिबो यांना होती हे त्यांनीच मान्य केले आहे. आणि म्हणूनच वेळोवेळी भाष्यकारांची जरुरी भासते.

डॉ. थिबो ज्या सूत्राबद्दल लिहित आहेत ते सूत्र द्विमल √२ ची व्याख्या नसून ते √२ ची किंमत सांगणारे सूत्र आहे. ह्याच्या सुरुवातीला सूत्रकारांनी “करणी” शब्द वापरला आहे. परंतु त्याचे आधीचे सूत्रात (ज्या सूत्रात √२ ची व्याख्या दिली आहे) करणी हा शब्द स्पष्टपणे आला असून तेथे करणी म्हणजे चौरसाची बाजू असा अर्थ घ्यावा लागतो व तोच येथे अभिप्रेत आहे.

पुष्कळ लोकांचा “आयतावरील” कर्णाच्या व्याख्येच्या पाठोपाठ “समचौरसातील” कर्णाची व्याख्या आल्यामुळे त्या दोन्ही व्याख्या एकमेकांना पूरक आहेत असे वाटते परंतु तसे नसून समचौरसातील कर्णाची व्याख्या ही √२ (द्विकरणी) ची व्याख्या आहे व त्यानंतर येणारे सूत्र हे √२ च्या किंमतीचे आहे. ही गोष्ट लक्षात आली म्हणजे कोठलाच गैरसमज रहात नाही.

शुल्बावरील टीकाकार या सूत्रातील करणी शब्दाचा अर्थ चौरसाची बाजू असाच घेतात.

(२) ह्या √२ च्या किंमतीचा उपयोग सूत्रकारांना डॉ. थिबो यांच्या मते “वर्तुळाचा चौरस करतानाच फक्त करावा लागतो.”

ह्या संबंधाचे विवेचन पुढे आले आहे.

(आ) श्री. टी. एल्. हीथ हे आपल्या “युक्लिडची १३ पुस्तके” या १९०८ साली इंग्लंडहून प्रसिद्ध केलेल्या पुस्तकात पुढील दोन पुस्तके वाचून लिहितात. (१) डॉ. थिबो यांनी प्रसिद्ध केलेला निबंध. (२) एडमंड बर्क यांनी १९०१ साली, आपस्तंब शुल्बसूत्राचे जर्मनीत प्रसिद्ध केलेले भाषांतर. ते लिहितात:—

(१) श्री. बर्क यांचा दावा असा आहे की “भारतीयांनी अकलय संख्यांचा (Irrational)शोध लावला. ह्या शोधाचे मूळ शुल्बकारांनी दिलेल्या √२ च्या किंमतीत आहे. ही किंमत कशा रीतीने शोधून काढली हे कोठेच सांगितलेले नाही. डॉ. थिबो यांनी सुचविलेली रीतचयासंबंधात जास्त सयुक्तिक वाटते. ती रीत अशी:— १७ या संख्येच्या वर्गातून १ ही संख्या वजा केली असता जी संख्या येते ती १२ या संख्येच्या वर्गाच्या दुप्पट होते. या नियमाप्रमाणे √२ ची किंमत काढता येते.

वर्ग १ ही संख्या जितकी कमी असेल तितकी √२ ची किंमत जास्त अचूक येईल.

वर दिलेले उदाहरण पुढे जास्त स्पष्ट करून सांगितले आहे. वर्ग १ ची बाजू १/३४ अशी घेतली व १७ या संख्येस १२ ने भागले तर:—

$$\sqrt{२} = \frac{१७}{१२} = \frac{१२+४+१}{१२}$$

$$= १ + \frac{१}{३} + \frac{१}{३\times४} - \frac{१}{३\times४\times३४} \quad \text{अंदाजी किंमत} \quad (१)$$

अनुक्रमणिका

परंतु वरील रीतीने अंदाजी किंमत काढता आली म्हणून ह्या संख्येस असंमेय कसे म्हणता येईल. या विषयी श्री. हीथ पुढील प्रश्न विचारतात:—

(१) शुल्बकारांनी √२ ची जी किंमत काढली ती अंदाजी असल्याचे कोठे सांगितले आहे का?

(२) √२ ची अंदाजी किंमत सांगणारा नियम, हा ससचौरसाचे कर्णाचा वर्ग हा त्या चौरसाच्या बाजूच्या दुप्पट क्षेत्र तयार करतो या नियमाच्या नंतर लगेच सांगण्यात आला आहे.

डॉ. थिबो यांचे म्हणण्याप्रमाणे हा सर्व व्यवहार निव्वळ प्रायोगिक होता. व या नियमांना प्रायोगिक महत्त्व किती देता येईल या बद्दल शंका आहे. कारण हेच नियम परंपरागत वापरण्यात आले. याचे उदाहरण म्हणजे आपस्तंबांनी चौरस क्षेत्राचे वर्तुळात रूपांतर करताना दिलेला नियम हा अचूक असल्याचा दिलेला निर्वाळा हे होय. या ठिकाणी π=३·०९ अशी किंमत येत असतानासुद्धा ते तो नियम अचूक असल्याचे सांगतात.

(इ) श्री. जी. आर केयी यांनी “हिंदूंचे गणित” या नावाचे पुस्तक लिहिले असून त्यात ते लिहितात “√२ ची जी किंमत ठरविण्यात आली ती केवळ त्याचे आकृतीवरून येणाऱ्या लांबीचे आधारे मापून ठरविली व तिच्या ६ फूट लांबीच्या चौरसाच्या बाजूने येणाऱ्या किंमतीत फक्त १”/७ एवढाच फरक होतो एवढे ते माप अचूक आहे.

वरील विधानाचा थोडक्यात परामर्श घेणे जरूर आहे या विषयांवर अधिक विचार करण्यापूर्वी गणितात √२ च्या किंमतीला इतके महत्त्व का आ ते पहा:—

चौरसाची बाजू	चौरसाच्या बाजूचा वर्ग	चौरसाच्या कर्णाची किंमत
१	१	√२=√२·१
२	४	√८=२√२
३	९	√१८=३·√२
४	१६	√३२=४·√२
५	२५	√५०=५·√२
७	४९	√९८=७·√२
१२	१४४	√२८८=१२·√२
१७	१८९	√५७८=१७·√२
१/२	१/४	√१/२=१/४·√२
१/३	१/९	√२/९=१/३·√२

वरील उदाहरणांवरून पुढील दोन गोष्टी स्पष्ट होतात:—

अनुक्रमणिका

(१) कोठल्याही चौरसात, त्या चौरसाची बाजू कितीही लांबीची असो, त्या चौरसाचा कर्ण हा नेहमी, त्या चौरसाची बाजू$\times\sqrt{२}$ इतका असतो. मग ही बाजू पूर्णांकात असो किंवा अपूर्णांकात असो.

(२) वरील प्रत्येक उदाहरणात असे दिसून येईल की, $\sqrt{२}$ ची किंमत माहीत असल्याशिवाय चौरसाच्या कर्णाची किंमत ठरविणे अशक्य आहे

(अ) वरील उदाहरणात (७२=४९) ही संख्या, ज्या चौरसाची बाजू आहे, त्या चौरसाच्या कर्णाच्या वर्गाच्या किंमतीपेक्षा (५०) ही १ या संख्येने कमी आहे.

(आ) याच रीतीने $१७^{२}$=२८९ ही संख्या, १२ ही चौरसाची बाजू असताना, त्या चौरसाच्या कर्णाच्या वर्गापेक्षा १ ने जास्त आहे. जसे:—

$१७^{२}-२\times(१२)^{२}=२८९-२८८=१$

किंवा $७^{२}-२\times(५)^{२}=४९-५०=-१$.

कित्येक विद्वानांच्या मते, वर दर्शविलेल्या दोन निरनिराळ्या संख्येमधील येणारा हा कमीत कमी फरकच $\sqrt{२}$ ची किंमत शोधून काढण्यासाठी उपयोगात आणला असावा.

हीच रीत शुल्बसूत्रावरील टीकाकारांनी सांगितली असून तिचाच उल्लेख डॉ. थिबोंनी केला आहे.

$\sqrt{२}$ ची किंमत आणखी दोन रीतींनी काढता आली असती. त्या दोन रीती अशा:—

(१) दोन चौरसांची बेरीज; किंवा दोन चौरसांची वजाबाकी.(का. शु. ३—१).

(२) पुष्कळ समचौरसांची बेरीज. (का. शु. ६—७).

वर सांगितलेल्या १ व २ रीतींनी, प्रयोगादाखल आकृत्या काढून त्याने येणारी चौरसाच्या कर्णाची लांबी मापणे शक्य आहे, परंतु $\sqrt{२}$ ची किंमत दाखविणारा जो नियम दिला आहे व ज्या $\sqrt{२}$ ची किंमत प्रथम काढण्याचा प्रयत्न झाला, त्या प्रयत्नात त्यांनी चौरसाच्या अंगुलात सांगितलेल्या बाजूला, निरनिराळी किंमत देऊन वरील नियमांप्रमाणे शक्यतोवर अंदाजी, पण जास्तीत जास्त अचूक किंमत काढण्याचा प्रयत्न जरूर झाला असला पाहिजे. ते कसे ते आपण पाहू:—

जर चौरसाची बाजू १२ अंगुले असेलतर त्याचा कर्ण हा १७ अंगुलांपेक्षा जरा कमी असतो हे आपण वर पाहिले.

(अ) आता १ अंगुल=१६ तिल.

$\therefore$ १७ अं=१७$\times$१६=२७२ तिल.

$\therefore$ २७२—१=२७१ $\qquad \therefore २७१^{२}=७३४४१$ वर्ग तिल.

आता १२ अं=१२ $\times$ १६=१९२ तिल.

अनुक्रमणिका

∴ २ X १९२^{२}=२ X ३६८६४=७३७२८ वर्ग तिल.
∴ याने येणारे उत्तर (७३७२८–७३४४१=२८७) हे २८७ व. तिल जास्त आहे.

(आ) १ अंगुल=२० तिल.
∴ १७ X २०=३४० तिल. ∴ ३४०–१=३३९ तिल.
∴ ३३९^{२}=११४९२१ व. तिल.
आणि १२ X २०=२४०
∴ २ X २४०२=२ X ५७६००=११५२००.
∴ ११५२००–११४९२१=२७९ व. तिल जास्त.

(इ) १ अंगुल = २४ तिल.
∴ १७X२४=४०८ ∴४०८–१=४०७
∴४०७^{२}=१,६५,६४९ व. तिल.
१२X२४=२८८ ∴ २X२८८^{२}=२X८२९४३
=१६५८८६
∴ १६५८८६–१६५६४९=२३७ व. तिल जास्त.

(ए) १ अंगुल = ३० तिल.
∴ १७ X ३०=५१०.
५१०–१=५०९ ∴५०९^{२}=२५९०६१.
आणि १२ X ३०=३६०
∴ २ X ३६०=२ X १२९६००=२५९२००.
∴ २५९२००–२५९०६१=११९ व. तिल जास्त.

(ऐ) १ अंगुल = ३४ तिल.
∴ १७ X ३४=५७८ ∴५७८–१=५७७.
∴ ५७७^{२}=३३२९२९.
आणि १२ X ३४=४०८
∴ २ X ४०८^{२}=२ X १६६४६४=३३२९२८.
∴ ३३२९२८–३३२९२९=–१. हे उत्तर बरोबर १ नेच कमी आहे.

(ओ) १ अंगुल = ३६ तिल.

∴ १७ X ३६=६१२. ∴६१२–१=६११
∴६११^{२}=३७३३२१.
१२ X ३६=४३२
∴२ X ४३२^{२}=२ X १८६६२४=३७३२४८.
∴ ३७३२४८–३७३३२१=–७३.

अनुक्रमणिका

हे उत्तर ७३ व. तिल या संख्येने जास्त येते.

आणि म्हणून १ अं=३४ तिल असे गृहीत धरल्यास येणाऱ्या उत्तरात केवळ १चाच फरक येतो. व त्यामुळे १ अं=३४ तिल या किंमतीमुळे, हवी असलेली अंदाजी किंमत बरीच अचूक येण्याचा जास्त संभव आहे.

आता आपण श्री. टी. एल्. हीथ यांच्या शंकांचा विचार करू:—

(१) पहिली शंका:— हिंदूंना √२ ची सूत्राप्रमाणे येणारी किंमत ही अंदाजी असल्याचे माहीत होते का?

(अ) वर दिलेली रीत ही किंमत स्पष्टपणे अंदाजी असल्याचे दर्शविते.

(आ) आता या प्रश्नाबद्दल श्री. बी. बी. दत्त व प्रो. एल्. व्ही. गुर्जर काय म्हणतात ते पहा:—

श्री. बी. बी. दत्त यानी "The Science of Sulb or the Ancient Indiann Geometry" हे पुस्तक १९३२ साली लिहिले व ते कलकत्ता विद्या पीठाने प्रसिद्ध केले. त्यात ते लिहितात:—"प्राचीन भारतीयांना √२ ही संख्या अकलय असल्याचे माहीत होते का? या प्रश्नाबद्दल डॉ. थिबो यांचे मनात जरासुद्धा शंका आली नाही. कारण हा प्रश्न त्यांनी कोठेच पुढे आणण्याचा प्रयत्न केला नाही अगर त्यास उत्तरही दिलेले आढळत नाही. एवढेच नव्हे तर त्यांच्या लिहिण्यावरून हिंदूंना √२ ही संख्या अकलय असल्याचे ज्ञान होते ही गोष्ट ते मानीत असल्याचे स्पष्ट दिसते. खरोखरीच ज्या रीतीने √२ या संख्येची किंमत शोधून काढण्याचा प्रयत्न झाला ती रीतच √२ ही संख्या अकलय तसेच असंमेय असल्याच्या ज्ञानाचे द्योतक आहे; आणि ही रीत चौरसाच्या कर्णावर आधारित आहे. डॉ. थिबो असे मानतात की हिंदूंनी प्रथम असा चौरस शोधून काढण्याचा प्रयत्न केला की त्या चौरसाची बाजू कर्ण ही दोन्ही पूर्णांकात सांगता येतील."

"परंतु या दोन्ही गोष्टी पूर्णांकात सांगण्याचे अशक्य आहे असे निश्चितपणे प्रत्ययास आल्यामुळेच, त्यांनी शक्य तो अचूक परंतु अखेर अंदाजीच उत्तर शोधण्याचा प्रयत्न केला."

"या प्रश्नांसंबंधी श्री. व्हॅन् श्रोडर व श्री. बर्क यांचे विचार जास्त स्पष्ट आहेत. प्राचीन हिंदूंनी, अकलय व असंमेय संख्यांचा शोध प्रथम लावला व त्या बद्दल योग्य ते श्रेय त्यांना दिलेच पाहिजे असे ते म्हणतात. आणि वरील निर्णयाला श्री. गार्ब, श्री. हॉपकिन्स, व श्री. मॅकडोनाल्ड हे आपली संपूर्ण संमती देतात. या वरील निर्णयावर काही अलीकडील गणिताच्या इतिहासकारांनी टीका केली असून या विधानाला विरोध दर्शविला आहे."

डॉ. थिबो यांच्या मते √२ ची किंमत ही १/११५६ एवढ्या अपूर्णांकाने कमी आहे तर तीच शुल्बसूत्रांप्रमाणे येणारी किंमत श्री. केली यांच्या मते चौरसाची बाजू ६ फूट असणाऱ्या चौरसाच्या कर्णाची किंमत ही केवळ १/७ इंचाने कमी भरते. ही दोन्ही विधाने ही किंमत अचूक नसून अंदाजीच असल्याचेच दर्शवितात.

अनुक्रमणिका

या नंतर या सूत्रात येणाऱ्या “सविशेष” आणि “विशेष” या शब्दांचा अर्थ लावण्यात डॉ. थिबो तसेच श्री. बर्क हे कसे चुकले आहेत हे स्पष्ट करून सांगितले आहे. त्याचा सारांश असा.

(अ) डॉ. थियो यांच्या मते “सविशेष” ही संज्ञा सूत्राप्रमाणे येणाऱ्या उत्तराला दिली आहे. जसे:–

अ ही बाजू असलेल्या चौरसाचा सविशेष

$$= अ + \frac{अ}{३} + \frac{अ}{३ \times ४} - \frac{अ}{३ \times ४ \times ३४}.$$

(आ) श्री. बर्क यांचे मते, चौरसाची **अ** ही जी प्रमाण बाजू, त्या बाजूपेक्षा कर्णाची होणारी जी जास्त वाढ, त्या वाढीला “सविशेष” म्हणावे.

(इ) श्री. कपर्दिस्वामी आपस्तंब सूत्रावर टीका करताना सांगतात की “सविशेष” ही संज्ञा उत्तराप्रमाणेयेणाऱ्या वाढीव संख्येला दिली असून, ही वाढ केवळ १ वर्ग तिल एवढ्या संख्येनेच जास्त आहे. आणि हे अल्प प्रमाणाने जास्त असणे हेच त्याचे “विशेष” अथवा वैशिष्ट्य होय.

या नंतर “विशेष” आणि “सविशेष” यांचा उपयोग शुल्बसूत्रात इतरत्र कसा केला आहेते दाखवून, श्री. करविन्दस्वामी आणि आपस्तंब शुल्बसूत्राचे इतर टीकाकार काय म्हणतात ते सांगितले आहे. ते म्हणतात, या नियमाप्रमाण येणारे उत्तर हे अचूक येणाऱ्या उत्तरापेक्षा किंचित् जास्त येते हेच त्या नियमाचे “विशेष”आहे आणि म्हणून “सविशेष”दाखवणारा हा नियम शुल्बकारांनी सांगितला.

टीकाकार सुंदरराजही वरील विधानाचेच समर्थन करतात.

या नंतर त्या वेळचे इतर ग्रंथकार या संबंधाने काय म्हणतात ते पहा:—

(१) “सूर्य प्रज्ञप्ति” या नावाच्या ग्रंथात (इ. स. पूर्व ५००) “ज्या वर्तुळाचा व्यास ९९६४० योजने आहे त्याचा परिघ ३१५०८९ एवढी योजने आणि थोडा अधिक भरतो.” (किंचित् विशेषाधिका).

(२) ज्या वर्तुळाचा व्यास १००६६० योजने आहे. त्याचा परिघ ३१८३१३ आणि थोडा कमी. (किंचित् विशेषेण).

या प्रमाणेच आणखी दोन उदाहरणे देऊन ते म्हणनात.

(अ) वर दिलेल्या उदाहरणावरून असे दिसून येते की “विशेष”ही संज्ञा थोड्या कमी अगर जास्त किंमतीला दिली आहे. किंमत किती कमी अगर किती जास्त आहे हे यावरून सांगणे कठीण आहे

अनुक्रमणिका

(आ) त्याच प्रमाणे वर दिलेल्या संस्कृत पुस्तकातून योजलेला "किंची-द्विशेषाधिका" या शब्दाने जो अर्थ ध्वनित होतो तोच अर्थ श्री. कपर्दिस्वामीव श्री. करविन्दस्वामी या टीकाकारांचे म्हणण्याप्रमाणे येतो आणि म्हणून "सविशेष" शब्दाचा अर्थ वर सांगितल्याप्रमाणे घेणे जास्त सयुक्तिक दिसते.

वर आलेल्या आतापर्यंतच्या सर्व विवेचनावरून पुढील सारांश निघू शकतो:—

(१) डॉ. थिबो यांच्या म्हणण्याप्रमाणे "सविशेष" ही संज्ञा नियमाने येणाऱ्या वाढीव किंमतीला दिली आहे. हे त्यांचे म्हणणे चूक आहे.

(२) सूत्रकारांना सूत्रांप्रमाणे येणारी √२ ची किंमतच जर उपयोगात आणावयाची असती तर सूत्रकारांना नियम सांगताना "सविशेष" शब्दाचा उपयोग त्या सूत्रात करण्याची जरूरच नव्हती.

(३) "विशेष" व "सविशेष" हे शब्द सूत्रात इतर ठिकाणी वापरले आहेत. परंतु त्याप्रत्येक ठिकाणी त्यांचा अर्थ वेगळा आहे.

(४) त्या वेळच्या संस्कृत ग्रंथांत "सविशेष" शब्दाचा अर्थ थोडेसे अधिक किंवा थोडेसे कमी असा केलेला आढळतो.

(५) आपस्तंब शुल्ब सूत्रावरील सर्व टीकाकारांचे मते "सविशेष" याचा अर्थ किंचित् अधिक असाच केलेला आढळतो. आणि म्हणून

(६) √२ची किंमत सांगताना "सविशेष" हा शब्द, सूत्रकारांनी त्या नियमाने येणारी √२ ची किंमत ही केवळ अंदाजी असून अचूक किंमतीपेक्षा थोडी जास्त येते हे दाखविण्यासाठी वापरला आणि ही येणारी किंमत अंदाजी आहे, अचूक नाही हे दर्शविले.

त्याचप्रमाणे टीकाकारांच्या मताप्रमाणे "सविशेष" शब्दाने खालील गोष्टी सूचित होतात :—

(१) सूत्राप्रमाणे येणारी चौरसाच्या कर्णाची किंमत ही अंदाजी किंमत आहे.

(२) आणि ही किंमत (कर्णाची) अचूक किंमतीपेक्षा थोडी जास्त आहे.

(३) वर दर्शविलेली वाढ ही गणिताने कमी करणे अशक्य आहे,

वरील तिन्ही विधाने सत्य असल्याचे जर गृहीत धरले तर प्राचीन भारतीयांना चौरसाच्या कर्णाची किंमत (√२) ही असंमेय असल्याचे माहीत होते हे सिद्ध होते.

आतापर्यंत शुल्बाप्रमाणे येणारी √२ ची किंमत ही अचूक न येता अंदाजी येते हे दाखविण्याचा प्रयत्न झाला.

याच प्रश्नासंबंधी प्रो. गुर्जर आपल्या पुस्तकात (Ancient Indian Mathematics and the Vedha)पुढील विचार प्रकट करतात. ते अत्यंत महत्त्वाचे वाटल्यामुळे पुढे दिले आहेत.

अनुक्रमणिका

√२ ची किंमत ५ दशांश स्थळांपर्यंत बरोबर येत असल्याचे आपण पहातो. यावरून प्रश्न असा उत्पन्न होतो की हेप्राचीन गणितज्ञांना कसे काय साध्य झाले असावे? या बद्दल डॉ. थिबो यांनी, सूत्रकारांनी हे कसे शोधून काढले असेल, या विषयी केलेल्या अनुमानांनी आमचे समाधान होत नाही.

त्यांच्या म्हणण्याप्रमाणे, वरील गणिताचे उत्तर हे चौरसाच्या कर्णाचा वर्ग हा दुसऱ्या वर्ग संख्येपेक्षा केवळ १ या संख्येने जास्त आहे. ज्या चौरसाची बाजू १२ आहे, अशा चौरसाच्या कर्णाची वर्ग संख्या २८८ येते. १७ या संख्येचा वर्ग २८९ येतो. ही २८९ संख्या २८८ पेक्षा बरोबर १ ने जास्त आहे. आणि म्हणून कर्णाची लांबी ही १७ या संख्येच्या जवळ जवळ असू शकेल.

आता ज्या चौरसामुळे कर्शाचा वर्ग हा २८९ येतो, त्या चौरसाची भुजा जी १७ आहे, ती अल्प प्रयाणात कमी केली असता, त्या चौरसात २८९ लहान चौरस मावण्याचे ऐवजी जर २८८ लहान चौरस मावू शकेल तर येणारी त्या चौरसाची भुजा ही आपल्याला इच्छित असलेल्या कर्णाबरोबर येईल व असा कमी असलेल्या (२८८ लहान चौरस) संख्येच्या कर्णामुळे जो चौरस तयार होईल त्या चौरसाची भुजा १२ येईल. ($१२^२+१२^२=२८८$).

ज्या वेळेला आपण अशा तऱ्हेने चौरसाची एक बाजू कमी करतो, त्या वेळी साहजिकच चौरसाची दुसरी बाजू देखील तेवढ्याच प्रमाणात कमी होते. आणि या प्रमाणाने दोन्ही बाजूने कापलेल्या या दोन पट्ट्यांचे क्षेत्रफळ हे त्या २८९ लहान चौरसांपैकी एका लहान चौरसांबरोबर व्हावयास पाहिजे हे उघड आहे,

आता हा मोठा चौरस १७ X १७=२८९ असा आहे. या चौरसाच्या १७ लांबीच्या दोन्ही भुजा अल्पशा प्रमाणात कापावयाच्या झाल्यास (१७ + १७ = ३४) असे लहान तुकडे कापावे लागतात. या ३४ लहान तुकड्यांचे क्षेत्रफळ अत्यंत अल्प अशा लहान चौरसाबरोबर व्हावयास पाहिजे. याचा अर्थ असा की, त्या मोठ्या चौरसाच्या दोन्ही भुजांवरीलचौरसाची बाजू १/३४ नेकमी होईल.आणि या प्रमाणे मोठ्याचौरसाच्या दोन्ही भुजावरील प्रत्येक लहान चौरस १/३४ जे कमी करून त्या मोठ्या चौरसाचे क्षेत्रफळ २८८ लहान चौरसाबरोबर करण्यात आले. परंतु असे करताना कोपऱ्यातील लहान चौरस हा दोन्ही बाजूंनी कापला जातो व त्यामुळे कोपऱ्यातील लहान चौरसाचे क्षेत्रफळ जे २/३४

ते कमी व्हावयास हवे, तसे न होता ते $\frac{२}{३४} - \frac{१}{३४ \times ३४}$ एवढेच कापले जाते आणि

म्हणून वरील सविशेषात चूक येते.

वर दिलेली उपपत्ती योग्य असल्याचे दर्शविण्याकरिता डॉ. थिबो म्हणतात जर चौरसाची बाजू १२ असेल आणि त्याच्या कर्णाची लांबी १६ ३३/३४ असेल तर कर्णाबरोबर पुढील समीकरण मांडता येईल:—

$$\text{समचौरसाचा कर्ण} = १२+ \frac{१२}{३} + \frac{१२}{३ \times ४} - \frac{१२}{३ \times ४ \times ३४} \ldots \text{अंदाजी.}$$

अनुक्रमणिका

परंतु नंतर आलेले भाष्यकार किंवा डॉ. थिबो हे दुसरी किंवा तिसरी संख्या पूर्णांकातच का, किंवा या संख्या आणण्यात १/३ आणि १/१२ ह्या अपूर्णांकाचाच का उपयोग केला, तसेच ३४ ही संख्या कोठून आणली याबद्दल काहीच कसे सुचवू शकत नाहीत याबद्दल आश्चर्य वाटते.

याबइल श्री. जी. आर्. केयी आपल्या "Indian Mathematics"या पुस्तकात लिहितात : हिंदूंनी प्रमाणाची मापिका ३, ४ व ३४ या गुणोत्तरात घेऊन वरील उत्तर शोधून काढले असले पाहिजे. १ अंगुल= ३४ तिल हे माप त्यांचेजवळ आगाऊ होतेच. या वरून हे उत्तर निव्वळ मापून काढले असले पाहिजे असे ते ठोकून देतात. परंतु प्रश्न असा उत्पन्न होतो की, ही ३,४ व ३४ अशी प्रमाणाची मापिकाच का घेतली व ती मापिका घेण्यास काय कारण घडले.

डॉ. थिबो आणखी म्हणतात की, "सूत्रावरून त्या वेळच्या हिंदू गणितज्ञांना मोठमोठ्या गणनांचा परिचय असावा असे दिसत नाही. त्यांनी चौरसाच्या कर्णाची किंमत ५ दशांश स्थळांपर्यंत अचूक पण अंदाजी काढली हे अत्यंत महत्त्वाचे आहे. शुल्बसूत्रे हा काही गणिताचा ग्रंथ नव्हे की ज्या ग्रंथात त्यांनी कशा तऱ्हेने गणना केली हे दाखववायाची जरूरी भासावी. तो काल लक्षात घेता वर दिलेल्या असंमेय संख्येची किंमत काढण्याचे श्रेय त्यांना देऊन त्यांचे कौतुकच करावयास हवे."

आता १ अंगुल= ३४ तिल आणि १२ अंगुल = प्रादेश हे कोष्टक बौधायनांना कसे सुचले असावे ते आपण पाहू. बौधायनाना √२ ची किंमत काढताना, ज्या चौरसाच्या बाजूवरून ही किंमत काढावी लागते, त्या बाजूचा १/१२ तसेच १/१२ X १/३४ एवढ्या गोष्टी लक्षात घेणे अवश्य आहे असे वाटल्यावरून १२ व ३४ हे भाग असलेले कोष्टक तयार केले. आणि हे त्यांचे करणे अत्यंत महत्त्वाचे असल्यामुळे त्याबद्दलचे योग्य ते श्रेय त्यांना देणे क्रमप्राप्तच आहे.

आता ही किंमत त्यांनी "आसन्न क्रिया" (method of approximations) या रीतीने काढली असावी. या रीतीत वाढत्या क्रमाने कमी होणाऱ्या किंमती उपेक्षणीय समजून सोडून दिल्या जातात. ह्या रीतीला सध्या चुकीने "टॅनरीज आर् प्रोसेस" असे म्हणतात.

या संबंधात पुढील सूत्र लक्षात घ्यावयास हवे, ते असेः—

"प्रमाणदोरीची लांबी जर १ १/२ पुरुष असेल तर तिच्यामुळे तयार होणारे

अनुक्रमणिका

क्षेत्रफळ $२ \frac{१}{४}$ वर्ग पुरुष होईल."

$$\left(१+\frac{१}{२}\right)^{२} = २\frac{१}{४} > २.$$

आणि म्हणून त्यांनी $\left(१+\frac{१}{३}\right)$ याचा वर्ग काढण्याचा प्रयत्न केला.

परंतु $\left(१+\frac{१}{३}\right)^{२} = \left(\frac{४}{३}\right)^{२} = \frac{१६}{९} < २.$

$$२ - \frac{१६}{९} = \frac{२}{९}$$

यानंतर त्यांनी "क्ष" ही संख्या घेऊन, वरील समीकरण सोडवण्याचा प्रयत्न केला.

$$\left(१+\frac{१}{३}+क्ष\right)^{२} = \frac{१६}{९}+\frac{८क्ष}{३}+क्ष^{२}.$$

वरील समीकरणातील "$क्ष^{२}$" ही संख्या अत्यंत अल्प असल्यामुळे उपेक्षणीय समजून सोडून दिल्यास :—

$\frac{८क्ष}{३} = \frac{२}{९}$ येतील. $\therefore$ $क्ष = \frac{१}{१२} = \frac{१}{३\times४}$

$\therefore$ $\sqrt{२} = १+\frac{१}{३}+\frac{१}{३\times४}$ ... ... ही दुसरी आसन्न क्रिया.

आता $\left(१+\frac{१}{३}+\frac{१}{३\times४}+य\right)^{२} = \left(\frac{१७}{१२}+य\right)^{२}$

$$= \frac{२८९}{१४४}+\frac{३४}{१२}य+य^{२}.$$

यातील $य^{२}$ ही संख्या अत्यंत अल्प म्हणून सोडून दिली.

$$\therefore \frac{३४}{१२}य = -\frac{१}{१४४}$$

$$\therefore य = -\frac{१}{१४४}\times\frac{१२}{३४} = -\frac{१}{३\times४\times३४}$$

$$\therefore \sqrt{२} = १+\frac{१}{३}+\frac{१}{३\times४}-\frac{१}{३\times४\times३४}$$

वर दिलेली ही एक रीत झाली. या शिवाय दुसरीही एक रीत असण्याची शक्यता आहे. या रीतीत करणी चिन्हातील संख्यचे दोन भाग पाडून हे उदाहरण सोडविता येते. ते असे:— एक पूर्ण वर्ग असलेली संख्या व दिलेल्या संख्येतील उरलेला भाग. जसे:—

अनुक्रमणिका

$$\therefore \quad \sqrt{अ^{२} + ब} = अ + \frac{ब}{२अ} \quad \ldots \quad \text{अंदाजी} \quad \ldots \quad (१)$$

$$\therefore \quad \sqrt{२} = \sqrt{१+१} = १ + \frac{१}{२} \quad \ldots \text{ प्रथम अंदाज } \ldots \quad (२)$$

परंतु त्यांना माहीत होते की :—

$$\left(१ + \frac{१}{२}\right)^{२} = \left(\frac{३}{२}\right)^{२} = \frac{९}{४} > २$$

आणि म्हणून $\left(१ + \frac{१}{३}\right)^{२} = \left(\frac{४}{३}\right)^{२} - \frac{१६}{९}$

पग $\frac{१६}{९}$ ही संख्या २ या संख्येपेक्षा $\frac{२}{९}$ ने लहान आहे.

$$\therefore \quad \sqrt{२} = \sqrt{\frac{१६}{९} + \frac{२}{९}} = \sqrt{\left(\frac{४}{३}\right)^{२} + \frac{२}{९}}$$

$$= \frac{४}{३} + \frac{\frac{२}{९}}{२ \times \frac{४}{९}} = \frac{४}{३} + \frac{१}{३ \times ४}$$

$$= १ + \frac{१}{३} + \frac{१}{३ \times ४} = \frac{१७}{१२} \quad \ldots \text{ हा दुसरा अंदाज } \quad (३)$$

आणि $\left(\frac{१७}{१२}\right)^{२} = \frac{२८९}{१४४}$

परंतु $\frac{२८९}{१४४} < २$ ही $\frac{१}{१४४}$ ने अधिक आहे.

$$\therefore \quad \sqrt{२} = \sqrt{\frac{२८९}{१४४} - \frac{१}{१४४}} = \sqrt{\left(\frac{१७}{१२}\right)^{२} - \frac{१}{१४४}}$$

$$= \frac{१७}{१२} - \frac{\frac{१}{१४४}}{२ \times \frac{१७}{१२}} = \frac{१७}{१२} - \frac{१}{३ \times ४ \times ३४} \quad \begin{matrix}\text{तिसरा अंदाज} \\ \ldots \quad \ldots (४)\end{matrix}$$

हीच अंदाजी किंमत त्यांनी खरी मानली. आणखी या पुढे सुध्दायाच रीतीने त्यांना जाता आले असते.

वर दिलेली दुसरी रीत ही पहिल्या रीतीत थोडा फरक करून आलेली आहे आणि याच रीतीचा अवलंब सूत्रकारांनी √२ ची किंमत काढण्यासाठी केला असावा असे “सविशेष” या शब्दावरून वाटते.

स विशेष = स+वि+शेष.

अनुक्रमणिका

यात शेष=बाकी किंवा ज्यात सांगण्यासारखे काही शिल्लक आहे.

वि=हे उपपद शब्दांना जोडले असता ते ऋण अर्थ दर्शविते, आणि म्हणून येथे “विशेष” शब्दाचा अर्थ ‘सांगावयाचे काही राहीले नाही.’ किंवा ‘जे पूर्ण आहे म्हणजे पूर्ण चौरस’ असा घ्यावा.

स=याचा अर्थ तेच.

आणि म्हणून“सविशेष” म्हणजे ते पाहिजे असलेले महत्त्वाचे असे पूर्ण उत्तर. विशेषितः शेषः तेन युक्तं—सविशेषितः शेषः अथवा सविशेषः शेषः किंवा थोडक्यात सविशेषः ।

यामुळे $\sqrt{\text{२}}$; $\frac{\text{१६}}{\text{९}}$; $\frac{\text{२८९}}{\text{१४४}}$ हे विशेष अथवा पूर्ण चौरस असून त्यात

१; $\frac{\text{२}}{\text{९}}$; $\frac{\text{१}}{\text{१४४}}$ ही त्यातील शेष अथवा बाकी आहे.

उदाहरणार्थ $\sqrt{\text{४१}} = \sqrt{\text{३६}+\text{५}}$

यात ३६ हे विशेष असून ५ ही बाकी आहे.

या वरून हे स्पष्ट होते की, :— $\left\{ \sqrt{\text{अ}^{\text{२}}+\text{ब}} - \left(\text{अ} + \frac{\text{ब}}{\text{२अ}}\right)\right\}$

ही प्रक्रिया.

ही प्रक्रिया “सविशेष प्रक्रिया” या नावानेच संबोधावयास हवी कारण ती “टॅनरीज आर् प्रोसेस” या पेक्षा कितीतरी आधी प्रचारात होती. या “स विशेष” प्रक्रियेचा शोध हा ख्रि. पू. ७५० वर्षाचा असून, त्या कालात गणितामध्ये भारतीयांनी किती प्रगती केली होती हे यावरून दिसते.

आणि या वरूनच जो नियम ख्रि. पू. ७५० मध्ये प्रथम उपयोगात आला त्याचा उपयोग बकशाली येथे सापडलेल्या प्राचीन हस्तलिखितात मोठ्या प्रमाणात केलेला आढळतो आत आश्चर्य वाटण्यासारखे काही नाही. हा ग्रंथ ख्रि. पू. २०० किंवा ख्रि. नं. २०० एवढ्या कालखंडात झाला असावा.

सूत्रकारांनी “सविशेष” या नावाने √२ ची किंमत काढण्याकरिता जी ही “आसन्न प्रक्रिया” उपयोगात आणली त्या प्रक्रियेचा उपयोगमोठ्या प्रमाणावर केला एवढेच नव्हे तर तीच प्रक्रिया बकशाली या ग्रंथात उपयोगात आणून कोठल्याही संख्येचे अचूक वर्गमूळ काढण्याकरिता ही प्रक्रिया प्रत्येक वेळी नवनवी आसन्न संख्या घेऊन उपयोगात आणली.

आता वरील विवेचनाचे सार थोडक्यात पुढीलप्रमाणे:—

अनुक्रमणिका

(१) विभूती भूषण दत्तांनी √२ च्या किंमती बद्दल सांगताना “सविशेष”आणि “विशेष”यादोन शब्दांच्या अर्थावर बराच भर दिला आहे.

(अ) प्रथम आपस्तंब शुल्बसूत्राचे टीकाकार या दोन शब्दांचा अर्थ काय लावतात ते पाहिले.

(आ) त्या वेळच्या संस्कृत भाषेतील जैन ग्रंथांत याच शब्दांचा अर्थ व टीकाकारांनी केलेला हे एकमेकांशी कसे जुळतात हे दाखवून त्यांनी सारांश असासांगितला की “सविशेष” या शब्दाला निश्चित अर्थ आहे तो असा “सूत्रात सांगितलेल्या नियमाप्रमाणे √२ चे जे उत्तर येते ते अचूक नसून अंदाजी आहे व तो अंदाज अत्यंत अल्प प्रमाणात जास्त आहे.”

परंतु प्रो. गुर्जर याचे उत्तर निराळ्या शब्दात सांगतात.

(१) प्रथम ते डॉ. थिबो यांच्या विवेचनात आलेली चूक दाखवितात.

(२) १२ व ३४ हे आकडे सूत्रात का आले याचा उलगडा कोणीच केला नसल्याचे त्यांनी सांगितले.

(३) आसन्न प्रक्रियेने √२ किंमत कशी काढता येते सोदाहरण दाखविले आहे.

(४) तीच क्रिया परंतु त्यात अल्पसा बदल करून, √२ चे उत्तर कसे काढता येते, ज्या रीतीला हल्ली “टॅनरीज आर् प्रोसेस”असे म्हणतात, त्या रीतीने √२ ची किंमत काढून दाखवून या दोन्ही रीती एक कशा आहेत हे सांगून, या रीतीला “सविशेष” रीत असे म्हणण्याबद्दल सुचविले आहे. आणि हे सुचविताना त्यांनी या रीतीचा:—

(५) बकशाली या ग्रंथात, बऱ्याच मोठ्या प्रमाणावर, कोठल्याही संख्येचे अचूक वर्गमूळ काढण्याकरिता कसा उपयोग करण्यात आला हे सांगितले आहे.

आता श्री. टी. एल्. हीथ यांच्या विधानाचा विचार करू. त्यांचे विधान असे:—

प्राचीन हिंदू लोकांना सूत्रांप्रमाणे येणारी √२ ची किंमत ही अचूक नसून, अंदाजी असल्याचे माहीत होते का? याचे उत्तर असे:—

(१) त्या वेळच्या भारतीयांना साध्या रीतीने वर्गमूळ काढण्याची रीत माहीत नसावी असे दिसते.

(२) “सविशेष” शब्दाचा अर्थच स्पष्ट दर्शवितो की, शुल्ब सूत्राप्रमाणे येणारी √२ ची किंमत ही अल्प प्रमाणात जास्त येते, व ती अचूक नसून केवळ अंदाजी आहे.

(३) ही किंमत काढण्यासाठी ज्या गणिताच्या निरनिराळ्या रीती वर पाहिल्या त्या सर्वच “आसन्न क्रियेवर” अवलंबून असल्यामुळे, यारीतीने √२ ची येणारी किंमत ही कधीहीअचूक येणे शक्य नाही. ती अंदाजीच येणार.

अनुक्रमणिका

(४) सूत्रकारांना सूत्रांप्रमाणे √२ ची जी किंमत येते ती अचूक असल्याचे माहीत असते तर त्यांनी त्या सूत्रात “सविशेष” शब्दाचा उपयोग केला नसता.

आता वरील विवेचनाचा शेवटश्री. टी. एल्. हीथ यांचे याच संबंधात आलेले त्यांचेच ग्रंथातील उतारे देऊन हे विवेचन पुरे करू:—

“युक्लिड यांची १३ पुस्तके” या ग्रंथात ते लिहितात:—

(अ) प्रोक्लस याने युडेमिअनचा सारांश काढताना तो लिहितो “अकल्य संख्यांचा शोध” पायथॅगोरस यांनी लावला. याबद्दल लिहिताना ते लिहितात:—

“अकल्य संख्येचा शोध” हा √२ च्या किंमतीशी निगडित आहे. ही किंमत चौरसाचा कर्ण व त्याची बाजू यांच्या गुणोत्तराने मिळते. या वरून असे स्पष्ट दिसते की हे पायथँगोरसचे प्रमेय हे समद्विभुज काटकोन त्रिकोणात बरोबर असल्याचे दिसून येते.

वर केलेले हे विधान त्यांनी लिहिलेल्या आपल्या “ग्रीक गणितावरील पुस्तकात नाकारले आहे. ते म्हणतात:—

अकल्य संख्येचा शोध प्रथम आकड्याचा विचार करतानाच लागला असला पाहिजे. आणि तो निर्णय सुद्धा साध्या गणितानेच प्राप्त झाला असावा. आणि हेही तितकेच खरे की त्या शोधाचे मूळ कारण चौरसाचा कर्ण व चौरसाची बाजू यांचे गुणोत्तर हे होय. आणि याचा शोध पायथॅगोरसने लावला असेल असे वाटत नाही. तो त्याच्या अनुयायांनी लावला असावा व त्या शोधाचा निश्चित काल सांगणे अशक्य आहे.

(१४) कर्णाच्या वर्गावरील प्रमेय व त्याची सिद्धी.

कर्णाच्या वर्गावरील प्रमेय प्राचीन भारतीयांनी वैज्ञानिक दृष्ट्या सिद्ध केले होते का?

भारतात या प्रमेयाची वाढ क्रमशः कसकशी होत गेली असावी, तसेच या प्रमेयाची जरूरी का भासली या बद्दलचे विवेचन एका निराळ्या प्रकरणात सविस्तर केले आहे. त्या वर्णनावरून केवळ माहीत असलेल्या काटकोन त्रिकोणांच्या सहाय्याने हे प्रमेय सिद्ध करून, त्याची सिद्धता केली असेल असे वाटत नाही.

सूत्रकारांनी केलेली प्रमेयाची व्याख्या, तसेच पायथॅगोरसने केलेली प्रमेयाची व्याख्या या जवळ जवळ सारख्याच आहेत.

आता या प्रकरणात हे सिद्ध करण्याचा कसा प्रयत्न झाला असावा याचा विचार करू.

आज ज्या रीतीने, हे प्रमेय सिद्ध केले जाते, त्याच प्रमाणात ते प्रमेय सिद्ध करण्याचा प्रयत्न २७०० वर्षापूर्वी व्हावयास हवा, असे मानणे अगदी चुकीचे आहे.

अनुक्रमणिका

हे प्रमेय सिद्ध करण्याचा प्रयत्न तीन रीतीने झाला असावा. त्या तीन रीती अशा:—

(१) आकृतीचे विभाजन आणि पुनरजना.

(२) सामान्य नियमांवर (व्याख्येवर) आधारलेली उदाहरणे.

(३) काटकोन त्रिकोणांच्या प्रत्येक बाजूवर तयार होणारी प्रमाणित मापांच्या चौरसांची संख्या.

(१) आकृतीचे भाग पाडून, त्यांची पुनर्रचना करूनच पुढील सूत्रे सिद्ध केली आहेत:—

(अ)	दोन असम चौरसांचे एकीकरण	...	का.शु. २—१२
(आ)	एका चौरसातून दुसरा चौरस वजा करणे	...	का. शु. ३—१
(इ)	आयताचे चौरसात रूपांतर	...	का. शु. ३—२
(ई)	चौरसाचे आयतात रूपांतर	...	का. शु. ३—३
(ए)	त्रिकोणाचा चौरस	...	का. शु. ४—७
(ऐ)	एकमेकांस एका बाजूने जोडलेल्यात्रिकोणाचा चौरस	...	का. शु. ४—८

वर दिलेल्या उदाहरणांत पुढील शब्दांचा उपयोग केलेला आढळतो. अपच्छेद्य; विभाज्य; यथायोगम् उपदधानम् आणि उपदध्यात् वगैरे. वरील शब्दांचा अर्थ, आकृतीचे भाग पाडून त्या आकृतीची पुनर्रचना करा असे स्पष्ट दर्शवितो.

आता या संबंधात कै. प्रो. व्ही. बी. नाईक काय म्हणतात ते पहा:—

काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णावरील प्रमेय हे कसे सिद्ध केले असेल याबद्दल सूत्रात काही सांगितले आहे का हे आपण प्रथम पाहू. शुल्बसूत्रामध्ये ज्या काही रचना दिल्या आहेत त्या प्रत्येक सूत्रात ती रचना कशी तयार झाली याचे स्पष्ट विवेचन त्याजबरोबर दिले असून त्याने ती रचना सिद्ध होते. कोठल्याही एका आकृतीचे रूपांतर दुसऱ्या आकृतीत करणे किंवा दोन समान अगर असमान आकृतींची बेरीज अगर वजाबाकी करणे या गोष्टी त्यांनी आकृतीचे भाग पाडून व नंतर त्या हव्या तशा जोडून करून दाखविले आहे.

एखाद्या सूत्रात अशा तऱ्हेने भाग पाडून ते सूत्र सिद्ध करण्याचा प्रयत्न केला नसल्यास वर सांगितलेल्या भाग पाडून पुनर्रचना करण्याच्या पद्धतीनेच ते सिद्ध करण्याचा त्यांचा मानस असल्याचे गृहीत धरण्यास मुळीच हरकत नाही.

ही अत्यंत सोपी रीतच या प्रमेयाच्या सिद्धीसाठी त्यांनी वापरली असली पाहिजे. याला आणखी एक सबळ कारण आहे, आणि ते म्हणजे याच रीतीने

सिद्धता करण्याची प्रथा भास्कराचार्यांच्या कालापर्यंत अंमलात होती हे त्यांच्या लिहिण्यावरून दिसते.

अनुक्रमणिका

श्री. अविनाशसिंग यांनी “History of Philosophy, Eastern and Western” या पुस्तकात एक प्रकरण भूमितीवर लिहिले आहे. हे पुस्तक १९५२ साली लंडन येथून जॉर्ज ॲलन आणि अरविन या कंपनीने प्रसिद्ध केले. त्यात ते पुढील माहिती देतात.

वैदिक हिंदूंना, त्रिकोण, समांतर भुज चौकोन, आयत, वर्तुळ, इत्यादी आकृत्यांच्या क्षेत्रमापनाची उत्तम माहिती होती. त्यांना वर्तुळाचा परिघ व त्याचा व्यास यांचे गुणोत्तर अचल असल्याचे माहीत होते. त्यांनी आपल्या प्रश्नांची उत्तरे ग्रीक लोकांना माहीत नसलेल्या अशा अगदी स्वतंत्र रीतींनी काढली असल्याचा निश्चित पुरावा उपलब्ध आहे. भारतींय गणितज्ञांनी उपयोगात आणलेली अत्यंत प्रभावी रीत, जिचा उपयोग क्षेत्रमापनात केलेला आढळतो ती रीत म्हणजे “क्षेत्रफल अगर घनफल यांच्यात, कोठल्याही तऱ्हेने बदल न होता आकृतीत आमूलाग्र बदल करणे.”

एखादी प्रतल किंवा घन आकृती घेऊन,त्या आकृतीचे अपरिमित भाग पाडून त्या सर्व भागांच्या क्षेत्रफळांची बेरीज अथवाघनांची बेरीज करण्याचे व त्यावरून त्या प्रतल अथवा घन आकृतीचे क्षेत्रफळ अथवा घनता ते ठरवीत असत. ही बेरीज ते अपरिमित श्रेणीने काढीत असत.

२) सूत्रकारांनी दिलेल्या या प्रमेयावर आधारलेल्या इतर व्याख्या:—

(अ)	पैतृकी वेदीची रचना	…	का. शु. २—६
(आ)	दोन समचौरसांची बेरीज	…	का. शु. २—१२
(इ)	दोन असम चौरसांची बेरीज	…	का. शु. २—२१
(ई)	दोन चौरसांची वजाबाकी	…	का. शु. ३—१
(ए)	दिलेल्या क्षेत्रफळाच्या तिप्पट क्षेत्र तयार करणे	…	का. शु. २—१४
(ऐ)	आयताचा चौरस व चौरसाचा आयततयार करणे	…	का. शु. ३—२ व ३—३

(ओ) दोहोपेक्षा जास्त समान चौरसांची बेरीज … का. शु. ६—७

वर दिलेले सामान्य नियम असून, याशिवाय त्या प्रमेयाची व्याख्या स्पष्ट करून सांगणारी दोन उदाहरणे दिली आहेत. ती अशी:—

(औ)√१० व √४० या असंमेय संख्यांची किंमत काढणे

… का. शु. २ — ८ व २ — ९

(३) काटकोन त्रिकोणाच्या प्रत्येक बाजूवर तयार होणाऱ्या प्रमाणित चौरसांची संख्या. हा नियम कात्यायन आपस्तंब या दोघांनी सांगितला आहे. तो नियम असा:—ज्या प्रमाणाची दोरी असेल त्या प्रमाणाचा वर्ग (त्याचे क्षेत्रफळ दाखविणारा होतो) त्यांची बेरीज करावी. का. शु. ३—७ आप.शु. पृ. ५७.

येथे जे प्रत्येक बाजूचे माप दिलेले असेल, त्या मापाचे सारखे भाग करून, त्यांचा वर्ग करावा. म्हणजे कर्णाच्या भागांच्या वर्गाची बेरीज, ही दुसऱ्या दोन बाजूंवरील भागांच्या वर्गांच्या बेरजेबरोबर होईल.

अनुक्रमणिका

वर केलेले विधान हे आकृती काढून पाहिली असता, बरोबर असल्याचे दिसून येते. ही आकृती त्या सूत्राचे भाषांतर करताना दिली आहे.

परंतु हे विधान कर्णावरील प्रमेयाच्या सिद्धीसाठी देणे हे चुकीचे आहे. कारण काटकोन त्रिकोणातील कर्ण व त्या त्रिकोणाच्या दोन बाजू यांचा असलेला अन्योन्य संबंध हा गृहीत धरावा लागतो. खरे पाहू गेले तर हा संबंधच आपल्याला निश्चित करावयाचा आहे. परंतु हे विधान हेच त्या प्रमेयाच्या सिद्धीची कल्पना देणारे आहे. ते कसे:—

(१) वर दिलेल्या विधानांमुळे काटकोन त्रिकोणाचा कर्ण व त्या त्रिकोणाच्या उरलेल्या दोन बाजू याचे ज्ञान पूर्णपणे माहीत असल्याचे स्पष्ट होते.

(२) हे विधान उदाहरण म्हणून सांगितलेले नसून, ज्या नियमांमुळे कर्ण व इतर दोन बाजू यांचा संबंध निश्चित होतो. तो एक सामान्य नियमच सांगितला आहे.

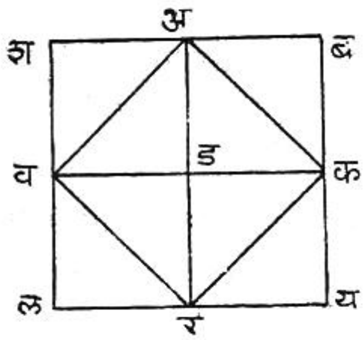
या मुद्यासंबंधाने चर्चा करताना श्री. बी. बी. दत्त म्हणतात:— बर्क यांचे म्हणणे असे आहे की या प्रमेयाची सिद्धी चतुरस्त्र श्येन चितीच्या आकृतीवरून प्राचीन हिंदूंना झाली असण्याचा संभव आहे.

(१)तस्यात्मा । समचतुरस्त्रश्चत्वारः पुरुषाः । बौ. शु. ३— १६ — १७.

(ब) स पुरुषश्चतुरस्त्रः ।

एवं प्रदक्षिणं चतुर आत्मनि पुरुषानवमिमीते । आप. शु. पृ. १४९.

“श्येन चितीचा आत्मा (त्या चितीचे पंख व शेपूट वगळून) चार वर्गपुरुषाचा समचौरस होतो.



समचौरस **यलशब**
= श्येत चितीचा आत्मा
= ४ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळाचा समचौरस.

= □ **अबकड** + □ **डकयर** + □ **डरलव** + □ **डवशअ.**

= वरील प्रत्येक लहान □ हा एक वर्ग पुरुषाचा.

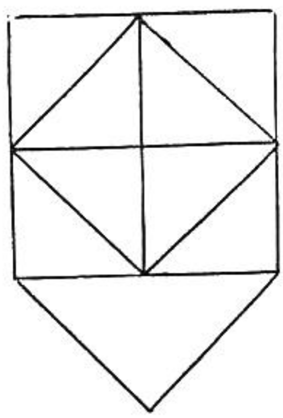
अनुक्रमणिका

रव या **रलवड** चौरसाच्या कर्णावरील चौरस **रवअक** हा पुढील दोन चौरसाबरोबर (□ **रलवड** + □ **डवशअ**) आहे.

श्री. बर्कने वरील विधानाला बौधायन आणि कात्यायन यांनी सांगितलेल्या आणखी एका नियमाने ("चौरसाचे आयतात रूपांतर") पुष्टी दिली आहे.

वरील उदाहरण "जे चौरसाच्या कर्णावरील चौरसाचे क्षेत्रफळ, हे त्या चौरसाच्या बाजूच्या क्षेत्रफळाच्या दुप्पट असते" या प्रमेयाची सिद्धी व मूळ शोधाचे कारण असावे. या विधानाला श्री. हीथ यांनी मान्यता दिली आहे.

डॉ. थिबो म्हणतात: चौरसाच्या कर्णावरील प्रमेयाचा शोध अथवा त्याची सिद्धी कशा रीतीने प्राप्त झाली याबद्दल सूत्रकार काहीच सूचना देत नाहीत. आम्हांला असे वाटते की सूत्रकारांना समचौरसाच्या कर्णावरील चौरसाचे त्या चौरसाच्या कर्णाने बरोबर चार त्रिकोणी भाग होतात व त्यातील एक त्रिकोण हा मूळ चौरसाच्या (एक पुरुष मापाच्या) बरोबर अर्धा होतो. ही गोष्ट सूत्रकारांच्या जरूर ध्यानात आली असली पाहिजे. आणि त्याच वेळी हे स्पष्ट केले पाहिजे की वर केलेले विधान हे स्पष्टपणे चौरसावरील कर्णाचे प्रमेयाची सिद्धी दाखविते. याचप्रमाणे दुसरे एक उदाहरण जे श्री. बर्क यांचे म्हणण्यासारखेच आहे ते म्हणजे पैतृकी वेदीची रचना होय. ही वेदी आकाराने चौरस असून तिचे क्षेत्रफळ १ वर्ग पुरुष व त्या चौरसाचे कोन उपदिशांकडे असतात. (का. शु. २–६ भाषांतर पहा.) ही वेदी २ वर्ग पुरुष क्षेत्रफळ असलेल्या समचौरसांच्या बाजूचे मध्य बिंदू जोडून तयार होते.



या प्रमेयाची सिद्धता "आकृतीचे विभजन व पुनर्रचना" या नियमाने पण होते.

अनुक्रमणिका

संदर्भ ग्रंथ

(1) कात्यायन शुल्ब सूत्र – काशी संस्कृत सीरीज – हरिदास ग्रंथमाला – पुष्प १२०. (कर्क भाष्य आणि महीधर वृत्ति यांच्यासह).

(2) कात्यायन शुल्ब सूत्र – चोखंबा संस्कृत सीरीज – अच्युत ग्रंथमाला – पुष्प ३. (विद्याधर शर्मा यांच्या वृत्तिसह).

(3) Baudhayana Sulba Sutra (text and translation with notes by Dr. G. Thibaut, published in the "Pandit," a monthly journal of the Beneras College devoted to Sanskrit Literature. May 1st 1875 to Oct. 2nd 1876).

(4) A History of Indian Literature by Winternitz. Vol. I.

(5)A History of Hindu Mathematics by B. B. Dutt and A. Singh.

(6) शुक्ल यजुर्वेद. लेखक बापट.

(7) Epic India – by C. L. Vaidya.

(8) Manava Sulba Sutra – (Paper read before the Asiatic Society of Bengal on the 6th April 1921) by N. K. Muzumdar.

(9) "On the different Sulba Sutras" (Paper read by N. K. Muzumdar in the 2nd Oriental Conference, held at Calcutta in 1992).

(10) "On the Sulba Sutras" by Dr. G. Thibaut (Published in the journal of the Asiatic Society of Bengal Vol. 44 part I – 1875).

(11) Hall and Steven's Geometry.

(12) Hindu achievements in exact Science by Benoykumar Sarkar.

(13) The Positive Sciences of Ancient Hindus by Brajendranath Seal.

(14) Some positive Sciences in the Vedas by Dharma Dev Meheta.

(15) Journal of the Vedic Studies by Dr. Raghu Vir. Jan–May 1934,

अनुक्रमणिका

(16) History of Mathematics by Smith.

(17) Ancient Indian Mathematics: Articles from Bharat Jyoty. 13 –5 –62; 20 –5 –62; 27 –5 –62.

(18) Indian Master minds laid Foundations of Modern Mathematics.

(Articles from Times of India by Ikbal Kaul. 11–3 –62; 18 –3 –62.

(19) The Sanskrit Language: Article from Bharat Jyoti: 8 –1 –67.

(20) The Essence of the Vedas and allied Scriptures by Basdeo Bissoon Doyal: Jaico Publishing House; 1967.

(21) History of Mathematics by Florian Cajori.

(22) A Brief History of Mathematics by Flink.

(23) Development of Mathematics by Bell.

(24) “The Pythagorean Theorem in India” by Late Prof.: V. B. Naik. (Published in the journal of the University of Bombay Sept: 1934. Pages 87 –107).

(25) ज्ञानकोश.

(26) भारतीय संस्कृत कोश.

(27) Founders of Sciences in Ancient India. By Satya Prakash.

(28) The Thirteen Books of Euclids Elements by T. L. Heath.

(29) सृष्टिज्ञान मासिक: १९६४ अंक ऑगस्ट आणि नोव्हेंबर

(30) Squaring the Circle: by E. W. Hobson.

(31) Encyclopaedia Brittanica: 9th Edition: Vol **XX**.

(32) A Manuel of Greek Mathematics by T. L. Heath.

अनुक्रमणिका

(33) विज्ञान, वाढ आणि प्रगती, ले. पी. एन्. जोशी.

(34) The Life of Greece by Will Durant

(35) Manav Sulb Sutram (Journal of the department of letters) by N. K. Muzumdar.

(36) Giantsof Sciences by Philip Cane and Samuel Nisenson.

(37) The Science of the Subla (A Study in the Early Hindu Geometry) by B. B. Dutt.

(38) आपस्तंब शुल्ब सूत्र – संस्कृत सीरीज नं. ७३ – म्हैसूर विद्यापीठ ले. डी. श्रीनिवासाचार आणि श्री. नरसिंहाचार.

(39) The Development of Mathematics in China and Japan by Yoshio Mikami.

(40) Indian Mathematics by G. R. Kaye.

(41) Ancient Indian Mathematics and the Vedha, by Prof: L. V. Gurjar.

(42) History of Philosophy Eastern and Western, Ministry of Education, Government of India.

(43) The Story of Philosophy by Will Durant.

(44) The Theosophist: June 1956. Pages 180 to 186. Article on Pythagoras 2500 years after, by J. L. Davidge.

(45) A History of Philosophy by Frank Thilly.

(46) Satapatha Brahmana. East and West Series Vol. XII part I and Vol XXVI. Part II.

(47) A History of Dharmasastra by Dr. P. V. Kane. Vol. II part I.

(48) A History of Sanskrit Literature by Arthur A. Macdonell.

(49) Apastamba Srauta Sutra by R. Garbe.

(50) Baudhayana Srautra Sutra.

अनुक्रमणिका

(51) Katyayana Srauta Sutra.

(52) Satapitaka, Vol 17 edited by Late Prof. Dr. Raghu Vir. Manava Srauta Sutra belonging to the Maitrayani Samhita. (In which is incorporated the text of the Manava Srauta Sutra) edited by J. M. Van Gelder.

(53) Satapitaka: Vol. 27 by Late Dr. Raghu Vir.

(54) Translation of the Manava Sulba Sutra, by Dr. J. M. Yan Gelder. 1964.

*****

अनुक्रमणिका